

# ¿Metaforización enactiva en Didáctica de la Matemática?

Jorge Soto Andrade

Depto. Mat. Fac. Ciencias

Centro de Investigación Avanzada en Educación

Universidad de Chile

XIX Jornadas Nacionales de Educación Matemática

Campus Villarrica UC

Villarrica

27 de Noviembre de 2015

# EL PROBLEMA

- La matemática es un instrumento de tortura para millones de niños en el mundo, que no pueden escapar de ella...
- “Cognitive bullying” o “cognitive abuse” en la literatura anglosajona (Johnston-Wilder & Lee, 2010; Watson, 2014)
- memorizar respuestas “lanzadas a sus cabezas como piedras” (Tillich, 1970), sin haber tenido primero la oportunidad de hacerse las preguntas (Cantoral, 2013; Freire, 2004, 2011)

- Daño cognitivo y afectivo conducente a invalidez matemática de por vida.
- Profesores: funcionales a este fenómeno, inconsciente o involuntariamente...
- El fin (mejorar el desempeño en tests estandarizados) justifica los medios...

## DIAGNOSTICO

La enseñanza tradicional de la matemática violenta mecanismos cerebrales cognitivos seleccionados e instalados durante millones de años de evolución, que deberíamos reconocer y valorizar en el contexto del aprendizaje.



# HIPOTESIS

- Práctica de la metaforización enactiva, en el aula = medio liberador
- Profesores facilitadores necesitan haber hecho la experiencia...

# OBJETIVOS

- Democratizar, humanizar, la matemática (Cantoral, 2013; Freire, 2011)
- ¡Didáctica enactiva!
- La escuela devenga un medio ambiente cooperativo y enactivo donde el aprendizaje pueda emerger.
- Proponer "brotes de aprendizaje" : abordajes, situaciones y secuencias didácticas abiertas, metafóricas y enactivas, a ser experimentadas..

# METAFORIZACION



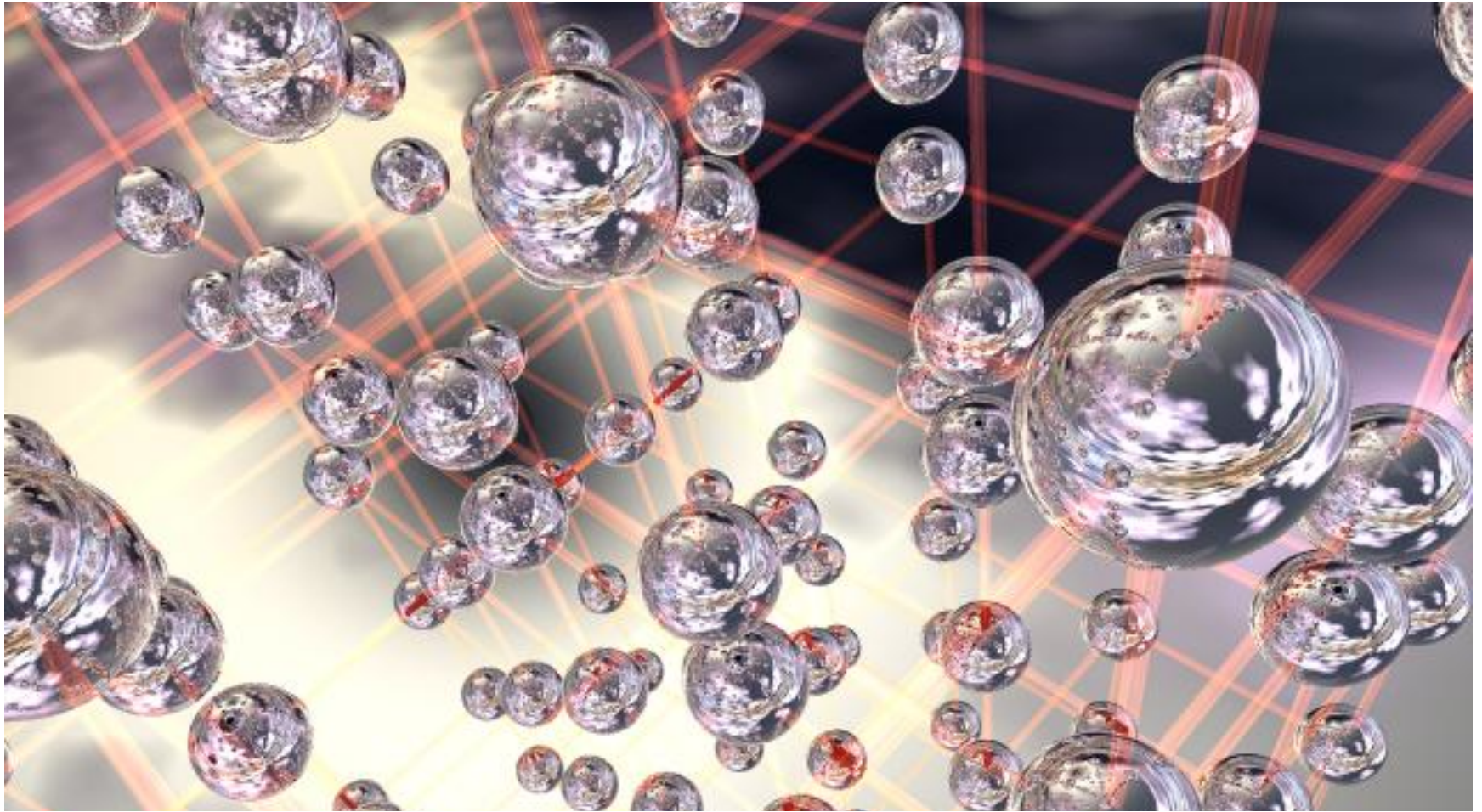
# Metáforas según Aristóteles

- Aristóteles, en su Poética:  
*“La metáfora consiste en darle a una cosa un nombre que pertenece a otra...”*
- metáfora = meta (trans) + pherein (portar)  
=transporte                      metáfora = transferencia de significado
- Aristóteles:  
*“Lo más grande, lejos, es ser un maestro de la metáfora. Es lo que no puede ser aprendido de otros; también es un signo de genio, porque una buena metáfora implica tener buen ojo para la semejanza”*

# Definición contemporánea

- Metaforizar es "mirar" una cosa y "ver" otra...

# La red de Indra

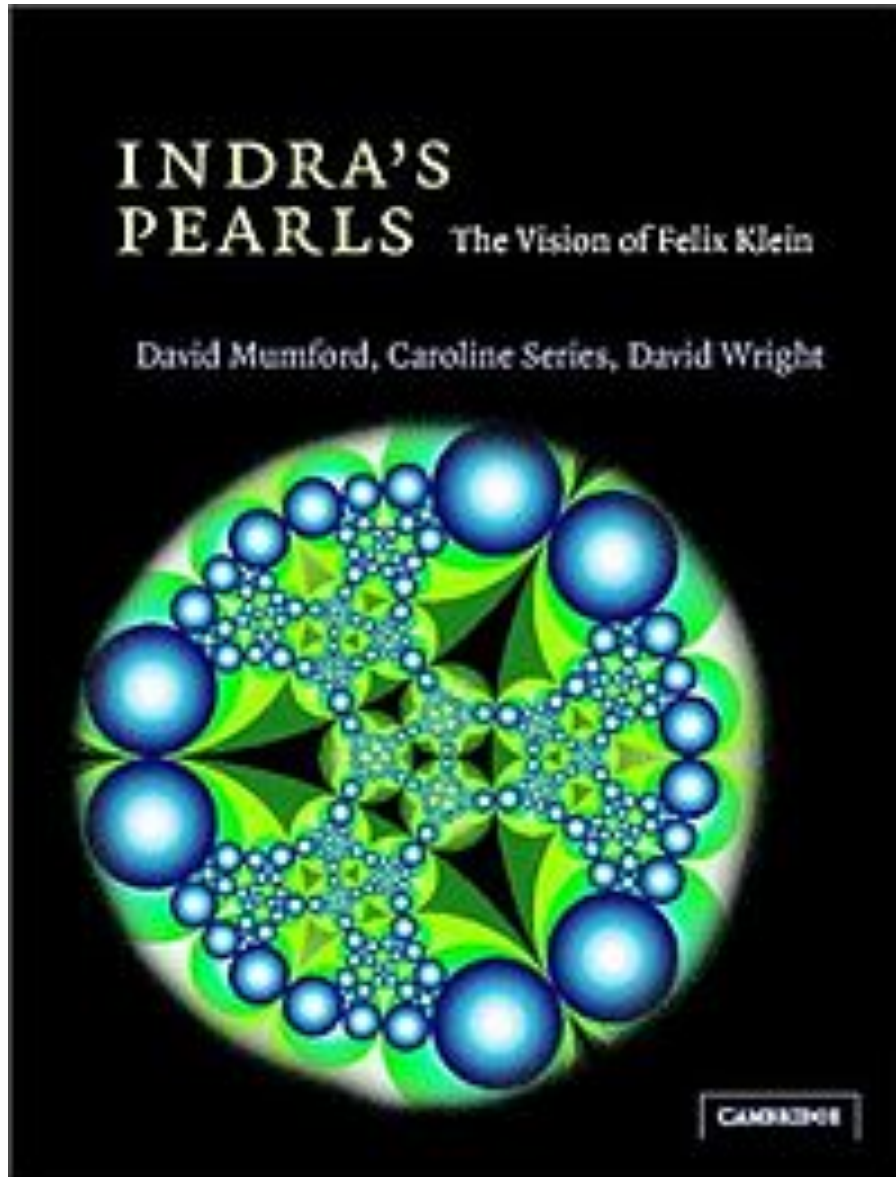


Una red infinita de perlas, cada una reflejando todas las otras, en un proceso sin fin de reflexiones de reflexiones...

Muy apreciada por matemáticos (Mumford et al. 2002) y físicos (Capra, 1982)

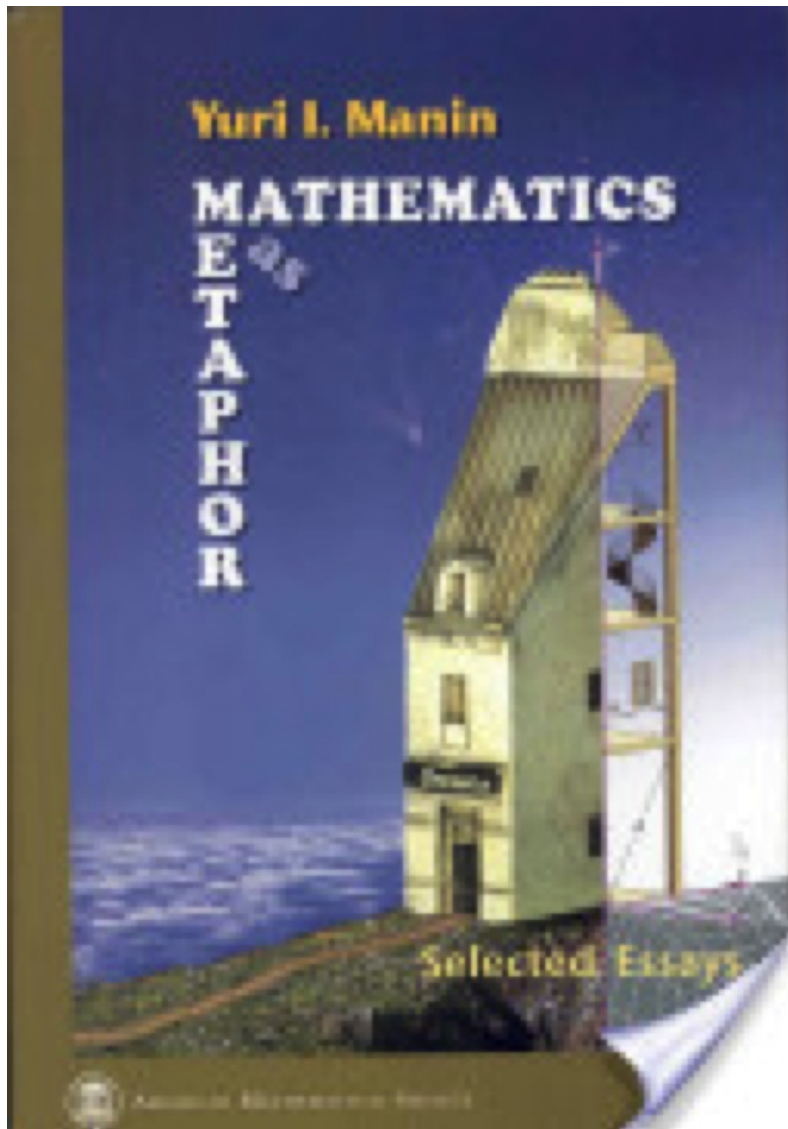
# Indra's Pearls: The vision of Felix Klein

## David Mumford & Caroline Series



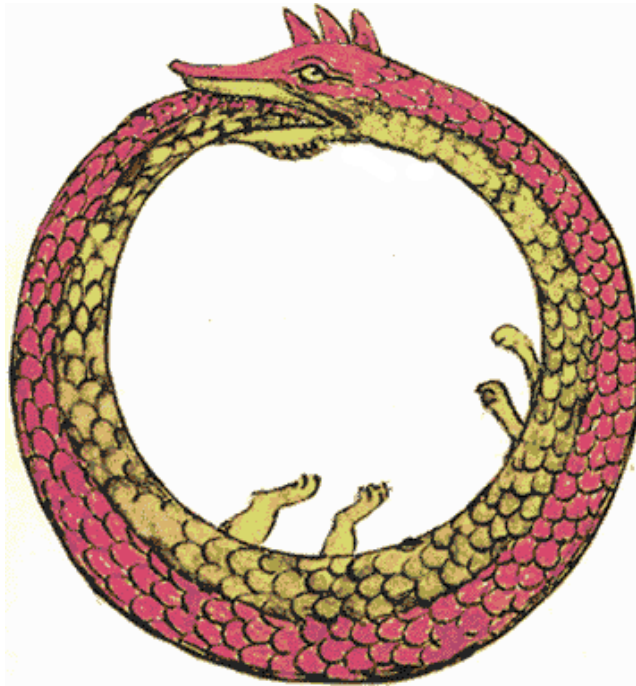
*There is no religion in our book but we were amazed at how well our constructions reflected the ancient Buddhist metaphor of Indra's net.*

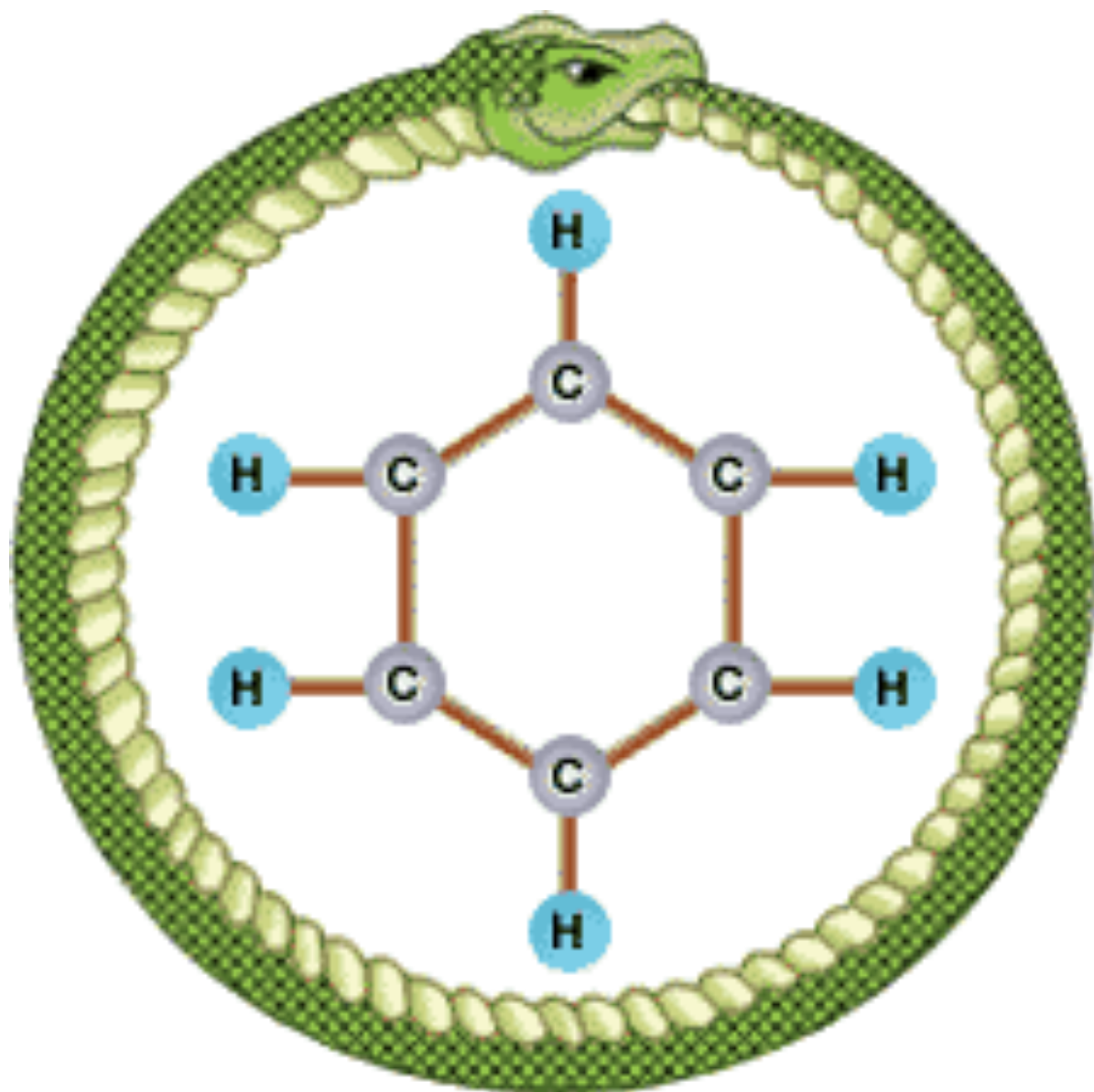
# Yuri Manin: La matemática como metáfora



- Teoría de Números y Física Teórica: mutuas metáforas...
- Hay varios *géneros* en matemáticas. El axiomático, deductivo, es sólo uno...

# Uroboros





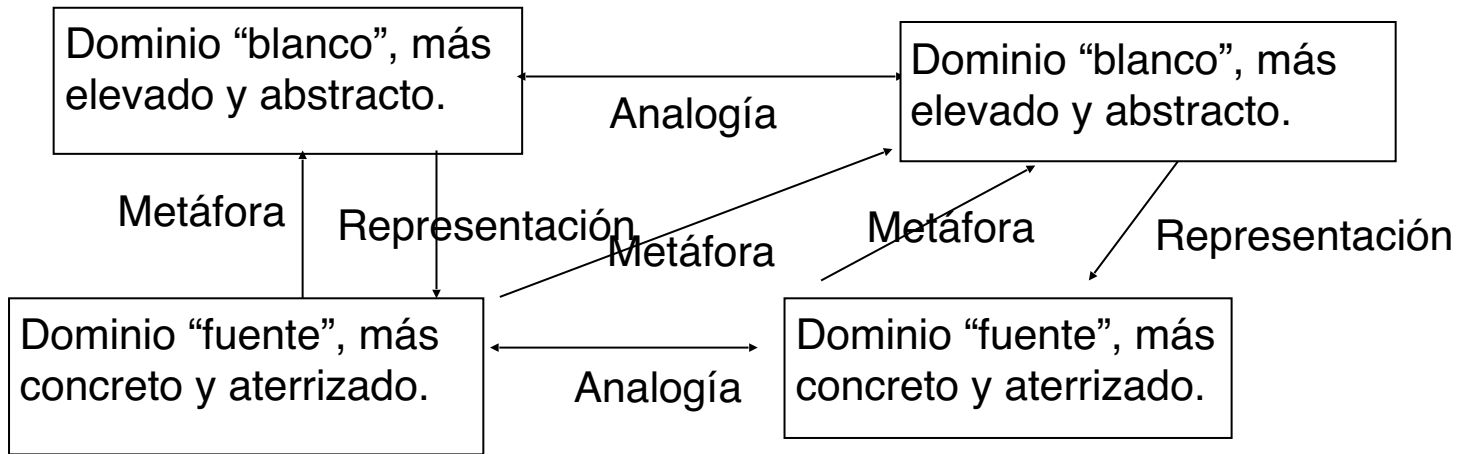




# Metáfora versus Representación

- Metaforizar para construir conceptos
- Representar para explicar conceptos

# Un mapa metafórico



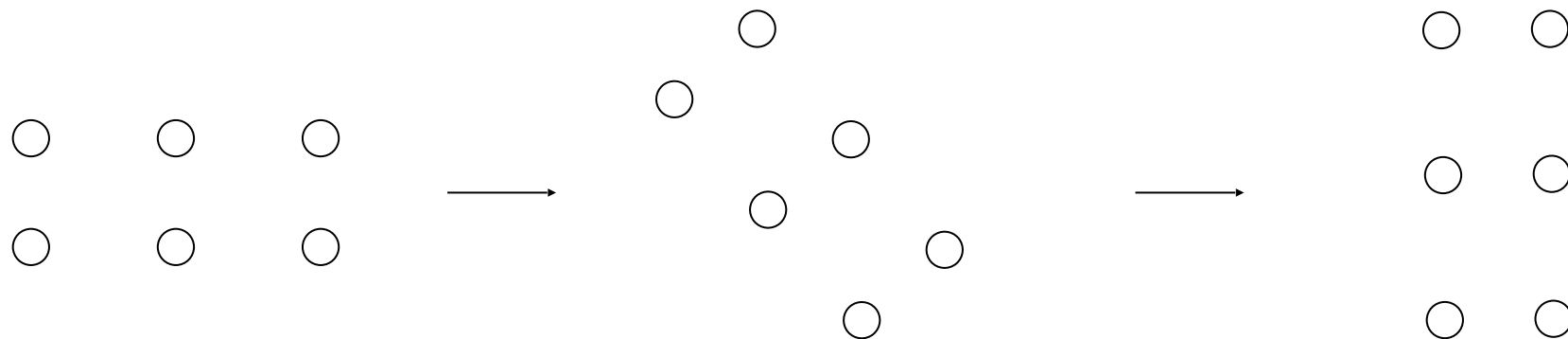
- Las metáforas necesitan un suelo fértil para crecer.
- Compost: Experiencias sensoriomotrices y lúdicas de la primera infancia.
- D. Tall (2005): “Metaphors are met-aphores”  
“Metaphors are metbeforees”  
(Las metáforas son algo que encontramos antes).

# Metáforas para la enseñanza

- **Metáfora itinerante** : Aprender es un viaje
- **Metáforas topográficas**: Hay diferentes caminos para llegar a la solución
- **Metáfora gastronómica**: Enseñar es entregar al aprendiz un sandwich, que éste debe tomar, comer, y digerir (se espera...).  
“el objetivo del curso es entregar técnicas y métodos para ...”

# Metáforas para objetos matemáticos

## Metáforas para la multiplicación

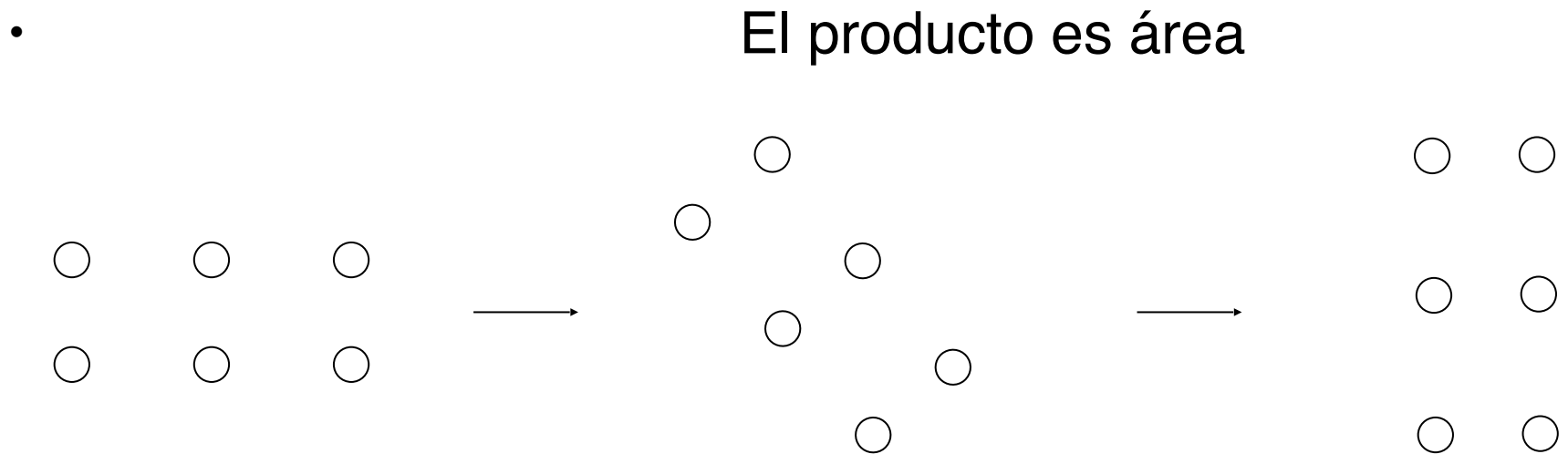


<sup>i</sup>  
El producto es área

Conmutatividad

# Metáforas para objetos matemáticos

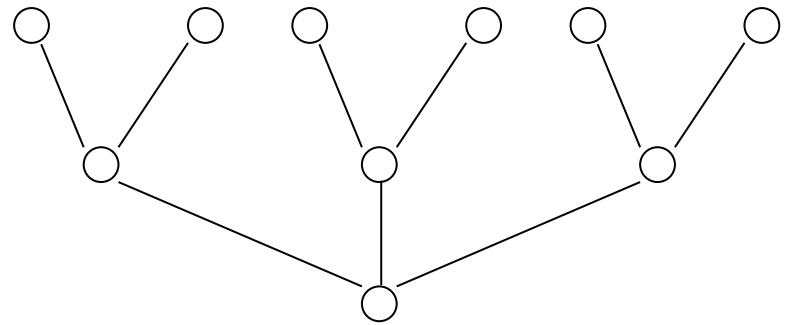
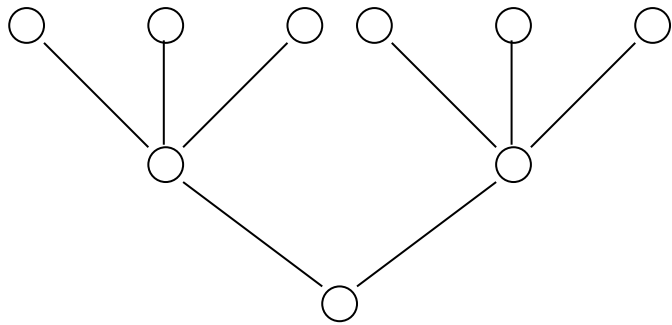
## Metáforas para la multiplicación



- ¡Conmutatividad!

# Metáforas para la multiplicación

- Multiplicar es injertar (ramificaciones)



¿Conmutatividad?

# Enacción

- “Caminante, son tus huellas el camino y nada más; caminante, no hay camino, se hace camino al andar...” (Machado).
- Varela mismo metaforizó la enacción como el trazar un camino al andar, al introducir el abordaje enactivo en las ciencias cognitivas
- “El mundo no es algo que nos es dado, sino que algo en lo que nos comprometemos al movernos, tocar, respirar respirar, comer. Esto es lo que llamo cognición como enacción, ya que la enacción connota este crear mediante manipulación concreta”



# Enacción

- Bruner: modos de representación
- Enactivo - Icónico - Simbólico
- EIS Prinzip
- Singapur: concrete - pictorial - abstract. CPA

- **¿Cómo metaforizar, enactivamente, para resolver amigablemente un problema**

¿Cuánto suman los ángulos interiores de las puntas de la estrella?



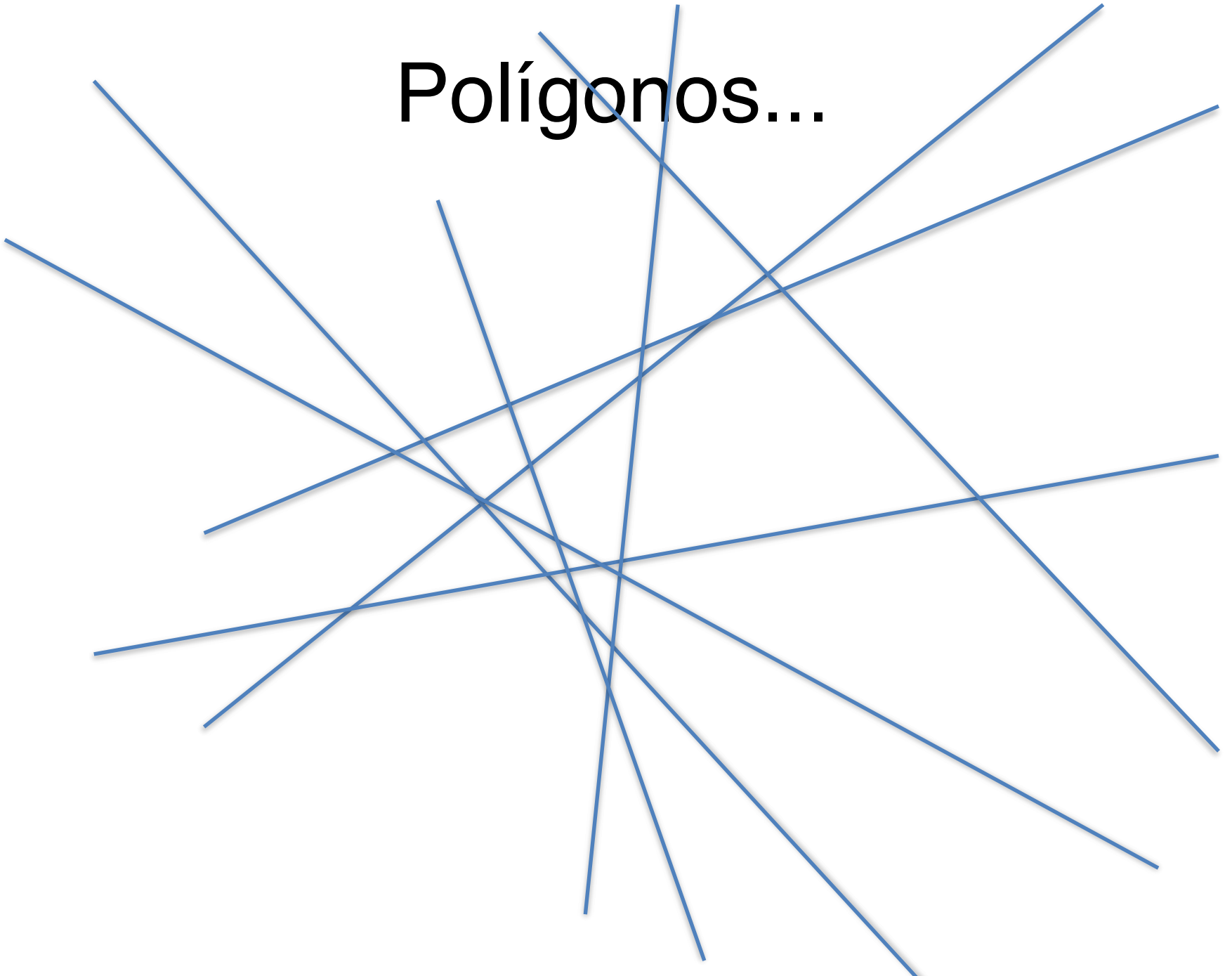
- ¿Cuánto vale la suma de los ángulos exteriores de un polígono?
- ¿Qué metáforas para un polígono?
- ¿Importa **qué** metáforas?

# ¿Metáforas para un polígono?

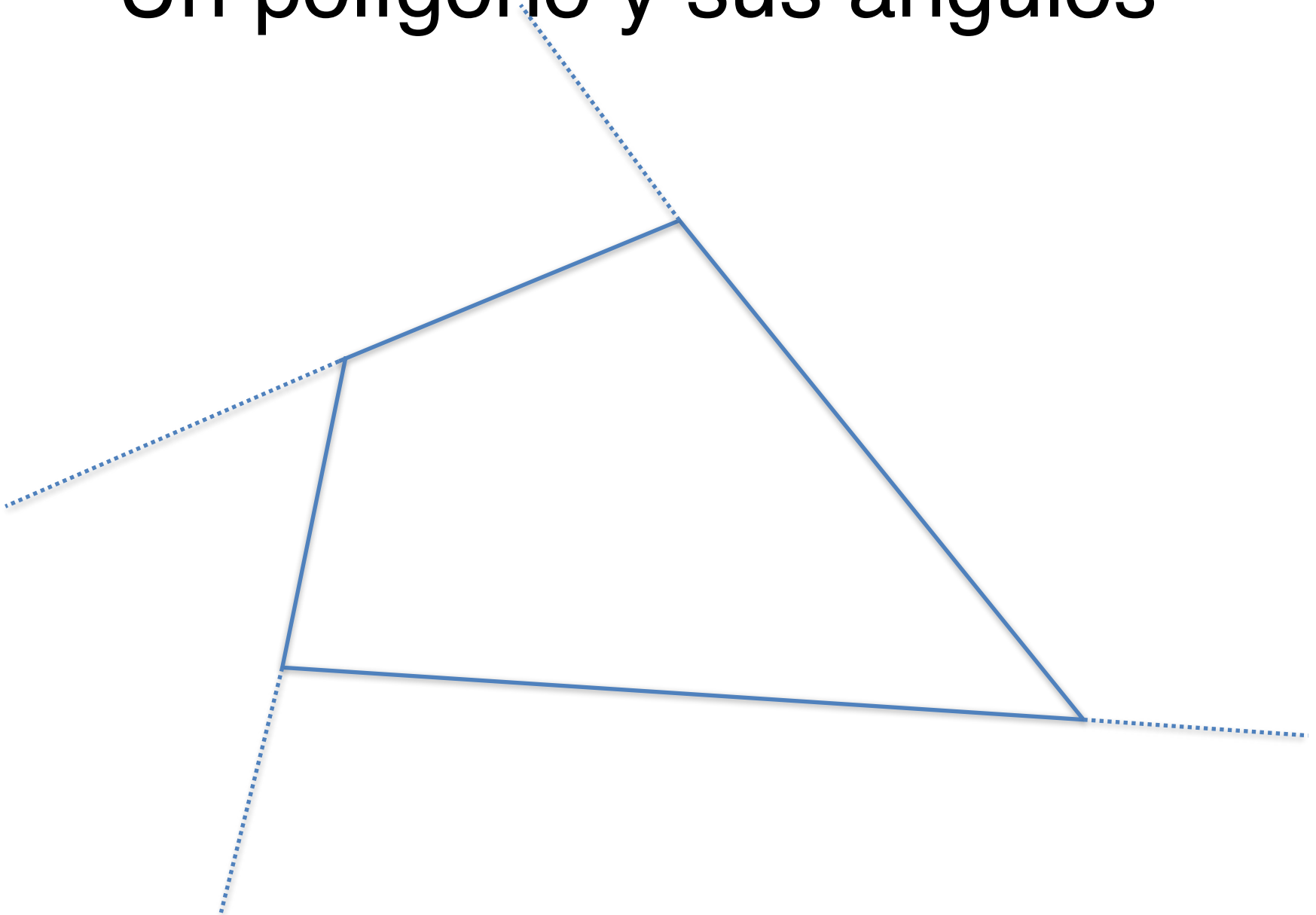
- **Recinto** entre varillas que se cruzan
- **Trayectoria** rectilínea quebrada cerrada
- ...



Polígonos...

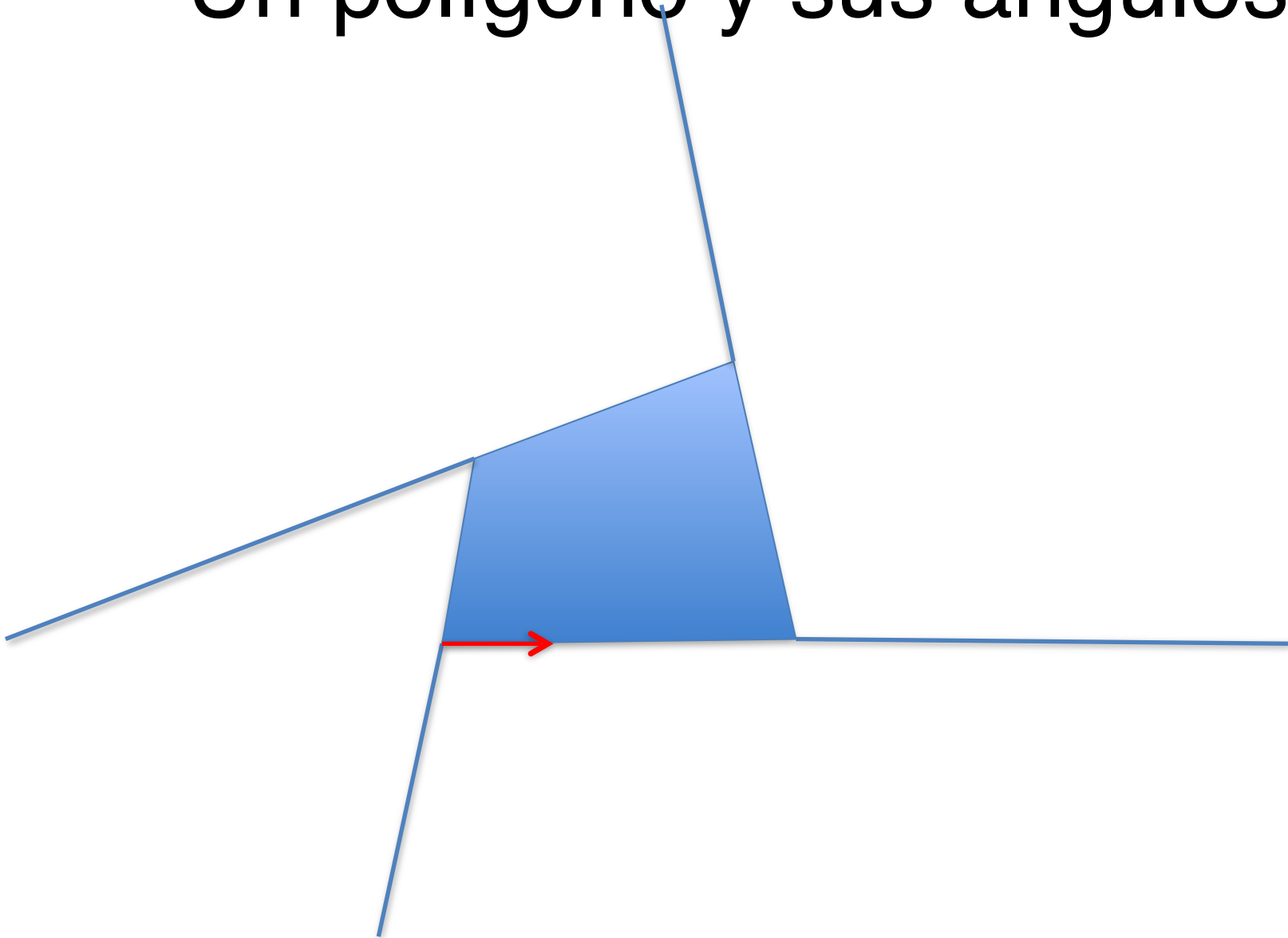


# Un polígono y sus ángulos





# Un polígono y sus ángulos



# Un brote de aprendizaje: los paseos al azar

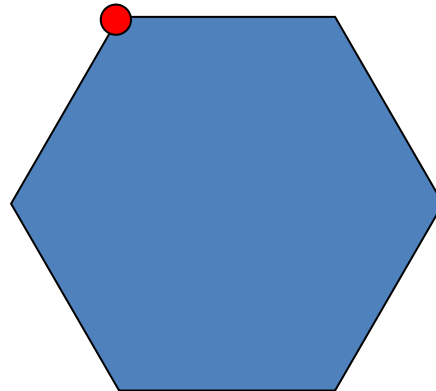
- Una idea matemática fundamental: el azar
- Un avatar del azar: los paseos al azar
- ¿O una metáfora del azar?
- Constituyen un brote de aprendizaje: desde 1 básico a 4 medio y más allá ...

# Metáforas para objetos y procesos matemáticos

PROBLEMA:

Una rana salta a azar por un polígono regular de piedras, saltando de cada vértice a cualquiera de sus dos vecinos con igual probabilidad  $1/2$ .

Si parte de un cierto vértice, ¿dónde estará después de  $m$  saltos?



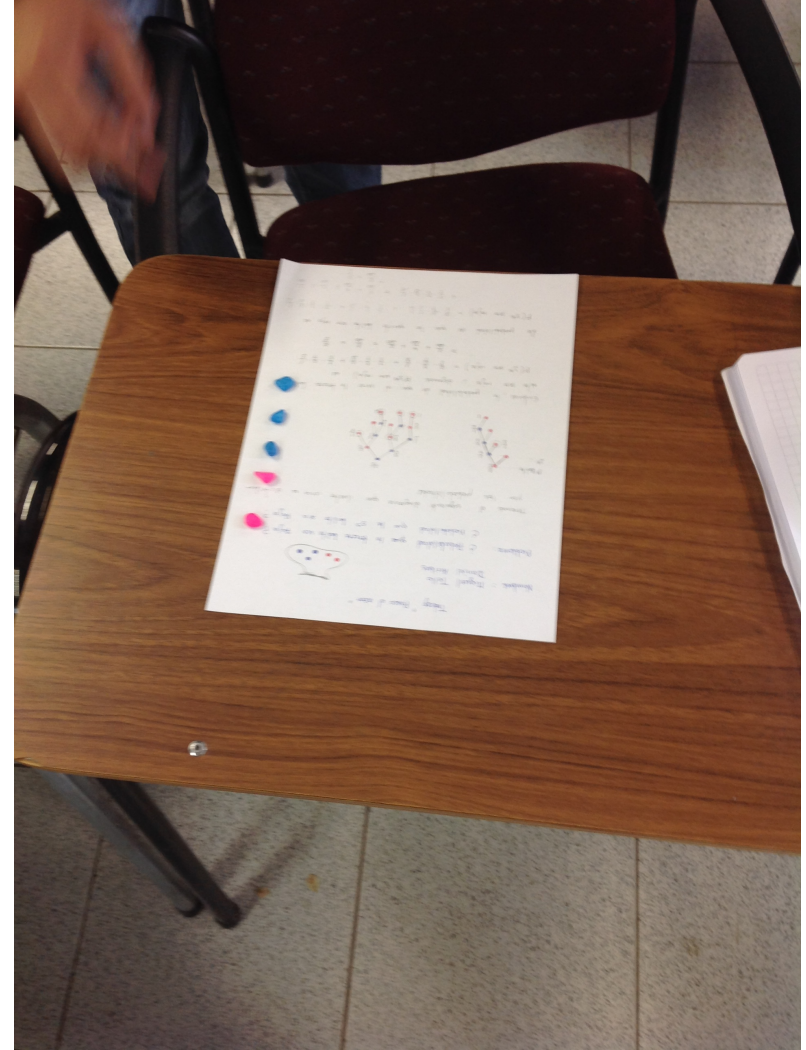
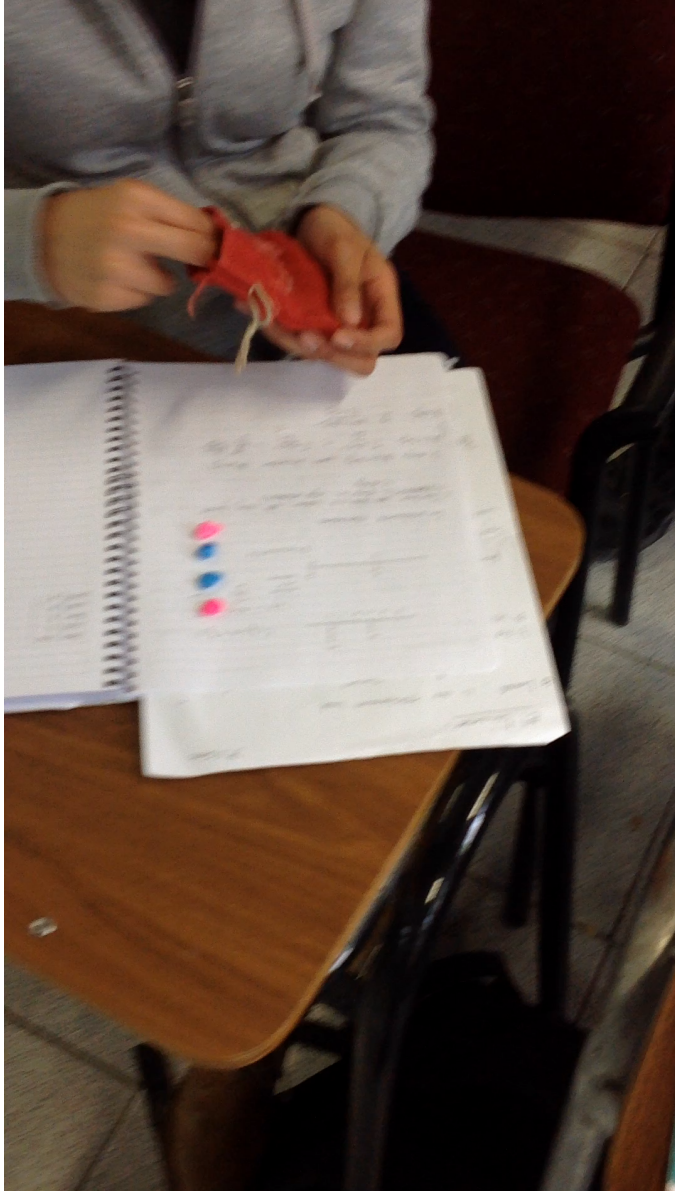
# Abordajes metafóricos al problema

- **Metáfora salomónica:** En lugar de saltar, la rana se parte en mitades, que van a parar a los vértices vecinos
- **Paseo al azar = repartición reiterada**
- **Metáfora pedestre:** Una banda de ranas se va repartiendo por mitades iguales, por los vértices.

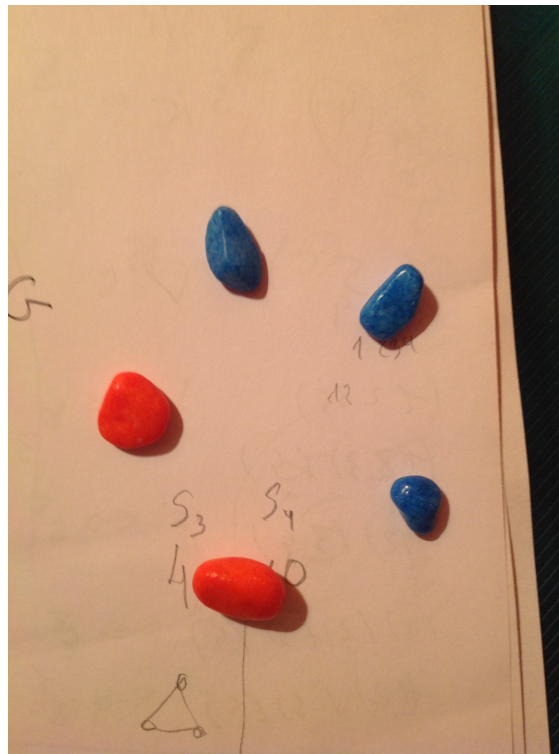
# Ejemplo: La tercera bolita...

- De una urna con 2 bolitas rojas y 3 azules se extrae reiteradamente una bolita sin reposición.
- ¿Cuán probable es que la tercera bolita extraída sea roja?

# La tercera bolita: enactivamente...



# La tercera bolita: otra actuación...



# Algunas ideas...

- Topografía didáctica: relieve montañoso
- Trayectorias de aprendizaje: constreñidas por la topografía didáctica (à la Thom)
- Brotes o Trayectorias de aprendizaje son caminos al azar
- Dialéctica **Azar - Necesidad** en el aprendizaje. Componente determinista y componente aleatoria (à la Tao)



# TSD y Abordaje Metafórico

- TSD: Alta componente determinista. Trayectorias forzosamente convergen hacia un atractor didáctico (contenido matemático)
- Abordaje metafórico: Distintas metáforas definen cuencas. Componente aleatoria importante.
- Ejemplo: Transgresores juveniles

# Japanese Lesson Study

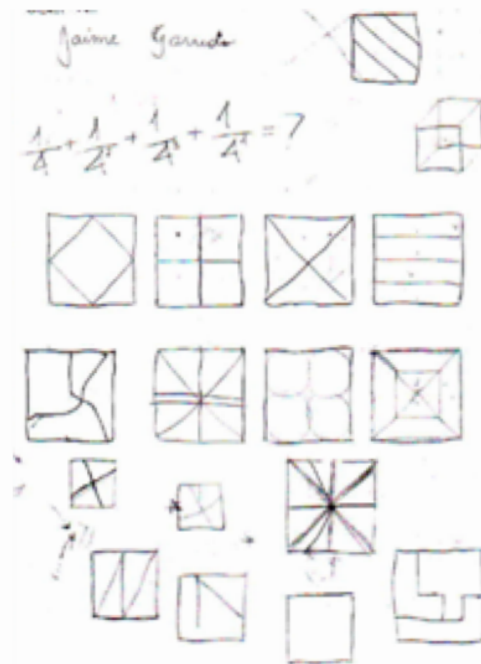
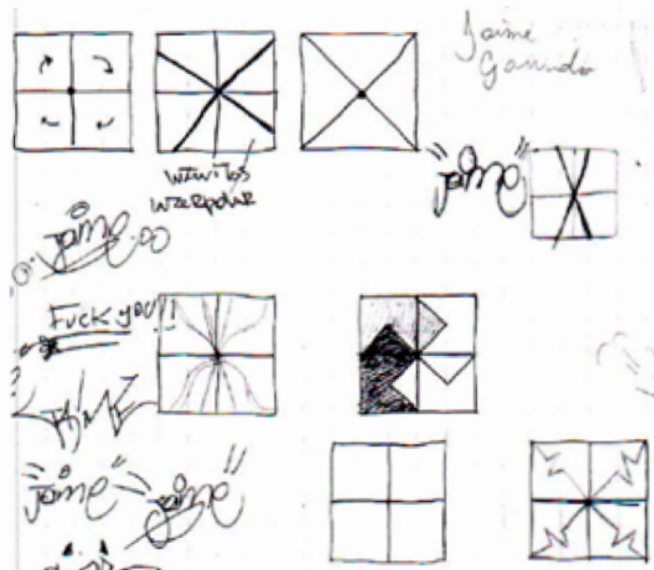
- JLS: Profesores construyen colectivamente la topografía didáctica, pero dejan espacio para paseos al azar en ella que eventualmente la modifican...
- Paseo al azar puro : allí donde la pendiente es nula



Desván

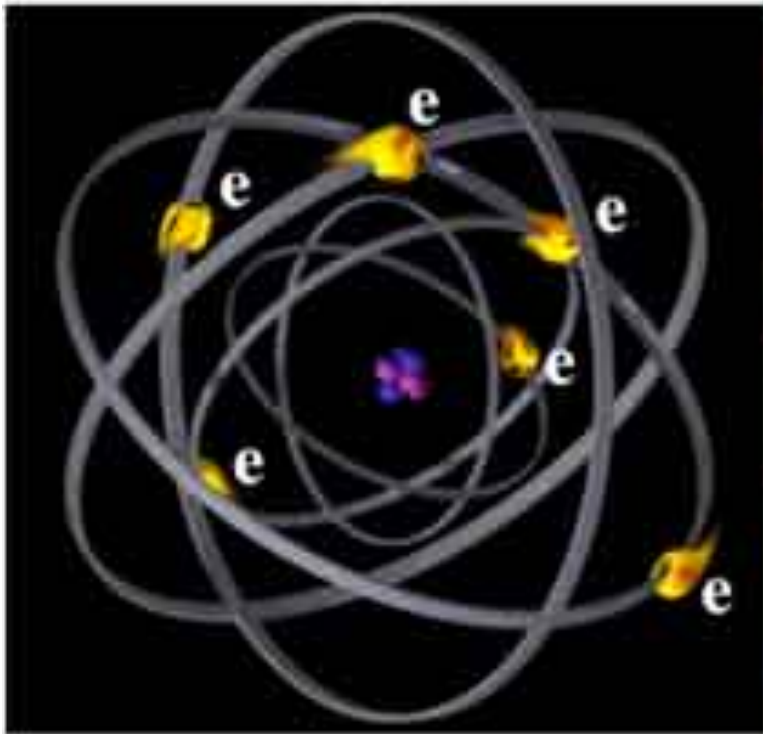
# Problema finlandes de final abierto (ejemplo de paseo al azar)

- Partir un cuadrado en cuatro partes iguales de varias maneras
- Obras de jovenes transgresores en un taller SENAME - U de Chile (2012)



Anexo:  
Complementos sobre metáforas...

# El átomo es un sistema solar

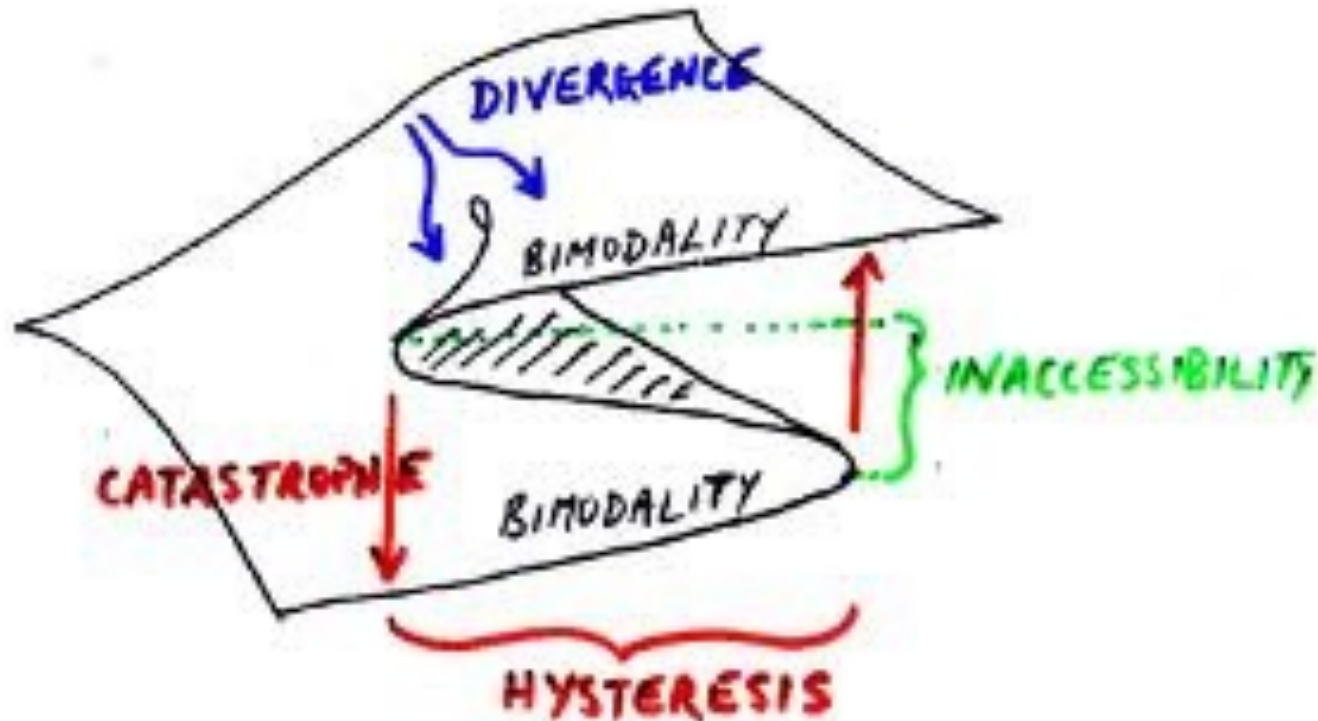


# Metáforas en la cultura humana

- La red de Indra: Antigua Metáfora budista de la interconexión e todos los objetos del universo
- Metáforas, Analogías y Símbolos : *tropos* retóricos
- Metáfora = transporte.
- “Mi abogado es un tiburón”
- “Un profesor es un jardinero”
- Metáforas conceptuales :
  - potentes herramientas cognitivas para
  - aprehender o construir nuevos conceptos (rol poético de las metáforas)
  - resolver problemas de manera eficaz y amigable.
- George Lakoff & Rafael Núñez (2000)

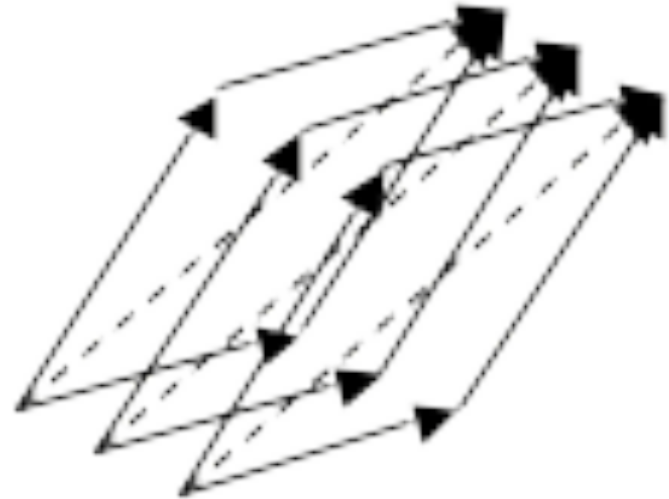
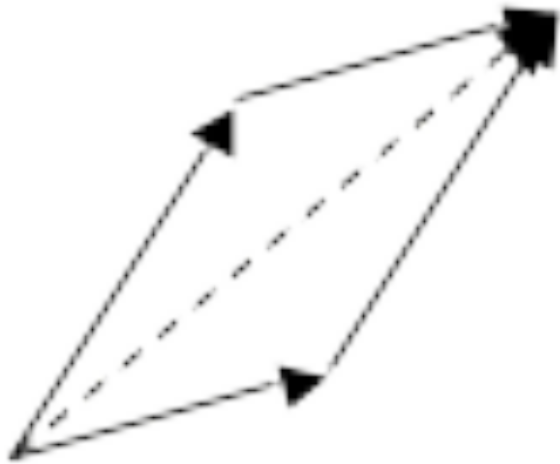


# Teoría de Catastrofes de René Thom: Primer Ejemplo



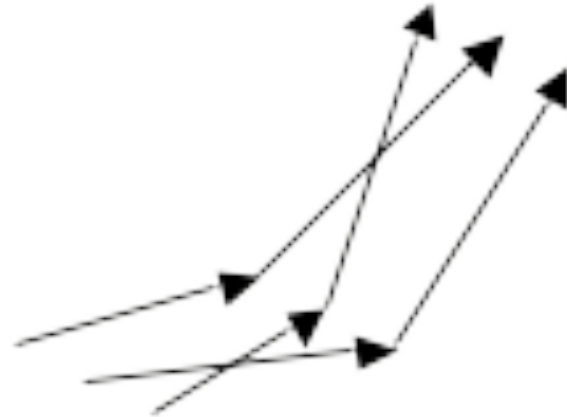
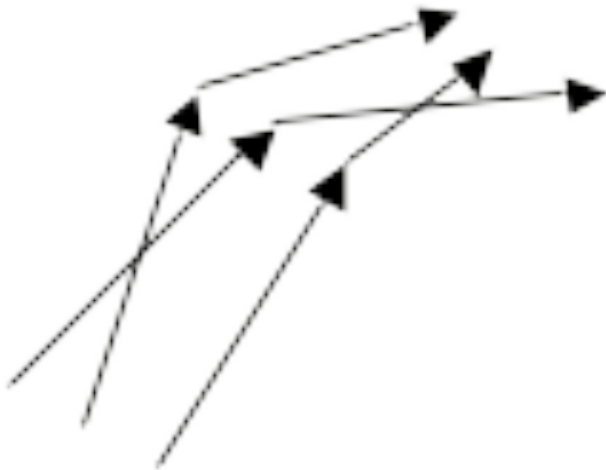
# Metáforas para la Multiplicación

- Multiplicar es concatenar flechas



# Metáforas para la Multiplicación no conmutativa

- Multiplicar es concatenar flechas cruzadas.



# ¿Cómo comparar teorías? (en didáctica de la matemática)

- Necesidad de un metalenguaje. Elegimos el metafórico...
- Comparar teorías comparando sus metáforas generadoras
- Comparar teorías poniéndolas en acción frente a un problema concreto

- Metáfora: *“Multiplicar es concatenar”*
- Teoría de categorías.
  
- Teoría APOS (Action-Process-Object-Scheme) de Ed Dubinsky.
- Metáfora: *“Construir objetos es encapsular”*
  
- Teoría de Situaciones Didácticas (G. Brousseau).  
Metáfora: *“Los conceptos matemáticos emergen en situaciones”*
- Metáfora: "El Circo" de Chaplin...