*Fondo de Investigación y Desarrollo En Educación - FONIDE*
*Departamento de Estudios y Desarrollo.*
*División de Planificación y Presupuesto.*
*Ministerio de Educación.*

# Título Artículo:

## *La Resolución de Problemas en la Matemática Escolar y en la Formación Inicial Docente*

Investigador Principal: Patricio Felmer
Equipo de Investigación: Josefa Perdomo-Díaz
Tatiana Cisterna
Freddy Cea
Valeria Randolph
Leonardo Medel
Institución Adjudicataria: Centro de Modelamiento Matemático (U. de Chile)
Proyecto FONIDE N°: 721209

**Esta es una versión resumida de la investigación realizada por el (la) autor(a) y equipo en el marco del Séptimo Concurso FONIDE. La versión original está disponible www.fonide.cl**

**Enero 2014**

**ABSTRACT**
En este artículo se presentan los resultados de la observación de un conjunto de 30 profesores de matemática de enseñanza media noveles (egresados hace menos de 3 años) en cuanto a sus prácticas pedagógicas, su competencia como resolutores de problemas y sus programas de formación inicial, desde la perspectiva de la resolución de problemas en la matemática escolar. Todo esto con el objetivo de explorar relaciones entre las oportunidades que ofrecen los programas de formación, las competencias matemáticas de los docentes y la oportunidad que éstos ofrecen a sus estudiantes para desarrollar la habilidad de resolver problemas.
**PALABRAS CLAVE:** Formación inicial docente, resolución de problemas, prácticas pedagógicas.

## 1. CONTEXTUALIZACIÓN Y ANTECEDENTES.

La investigación que se propone tiene como objetivo explorar relaciones entre tres grandes aspectos de la educación: los Programas de Formación Inicial (PFI), el conocimiento disciplinar del docente y sus prácticas pedagógicas. Estos tres aspectos se abordan desde la perspectiva de la Resolución de Problemas (RP), su presencia en el aula escolar y su importancia para el aprendizaje de las matemáticas.

La RP es un elemento indispensable en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática que ofrece al estudiante oportunidades para establecer conexiones razonadas entre distintos elementos matemáticos y promueve que desarrolle habilidades como examinar, representar, aplicar y se entrene en el uso de procesos asociados al pensamiento matemático avanzado como abstraer, analizar, conjeturar, generalizar o sintetizar (Kilpatrick et al., 2009; NCTM, 2000; Niss, 2002). Esta importancia de la RP se ve plasmada en el Ajuste Curricular de 2009, donde se señala que "resolver problemas, formular conjeturas, verificar la validez de procedimientos y relaciones [...] están en el núcleo de las experiencias de aprendizaje deseables" (Mineduc, 2009, pp. 146-147). Más aún, en las Bases Curriculares recientemente aprobadas, la RP adquiere un nivel aún más prominente al haber sido destacada como una de las cuatro habilidades a desarrollar en los estudiantes de enseñanza media (Mineduc, 2013).

Sin embargo, el análisis de las prácticas de enseñanza de las matemáticas en Chile ha puesto en evidencia que hay poco y débil trabajo en relación con la RP, caracterizado por el planteamiento y la resolución mecánica de problemas por parte del profesor (Preiss et al., 2011), lo que hace que, para los estudiantes, los problemas se conviertan en actividades de ejercitación. Otras investigaciones señalan que la habilidad de los estudiantes para resolver problemas parece inhibirse a medida que aumenta la cantidad de conocimientos matemáticos adquiridos (Espinoza, Barbé y Gálvez, 2009) y que los resultados insatisfactorios de los estudiantes chilenos en pruebas internacionales de matemática como la de PISA pueden deberse a que en esas pruebas deben resolver problemas que presentan situaciones novedosas para los estudiantes, lo que las distingue de las pruebas nacionales como SIMCE (Alfaro y Gormaz, 2009). Interesa entender por qué los docentes de matemática en Chile optan por un uso escaso y un planteamiento rutinario de los problemas e indagar en la posibilidad de que este hecho esté relacionado con el tipo de formación que han recibido.

Varas et al. (2008) analizan los PFI de profesores generalistas de Educación Básica de 11 universidades y un instituto profesional de Chile, identificando el número de cursos de matemática y didáctica de la matemática que ofrecen y la frecuencia con que aparecen distintos contenidos matemáticos y de pedagogía en esos cursos. Los resultados muestran que la RP está entre los contenidos frecuentes, apareciendo explícitamente en los programas de 9 de las 12 instituciones. El estudio TEDS-M, sobre la calidad de la

formación de los docentes de matemáticas también realiza un estudio de las mallas curriculares y los cursos ofrecidos (Ávalos y Matus, 2011). En estas investigaciones no se profundiza en los recursos que estos cursos aportan al profesor en cuanto a la forma de entender la RP, su rol en el aprendizaje de la matemática y cómo implementarla en el aula, y de acuerdo a la literatura que hemos revisado, ocurre en otras investigaciones relacionadas con la formación inicial docente. Cisternas (2001) realiza una revisión de las investigaciones sobre formación de profesores en Chile que muestra que la mayoría de los trabajos se limita a observar y analizar los PFI, sin reflexionar acerca de las prácticas docentes fruto de dicha formación. Por otra parte, las investigaciones relacionadas con las prácticas docentes tampoco establecen conexiones con elementos de la formación inicial que podían estar dando origen a esas prácticas. Esta situación puede observarse, por ejemplo, en los proyectos FONIDE adjudicados desde 2006. La mayoría se centra en el profesorado en ejercicio, sus conocimientos pedagógicos y disciplinarios, la calidad de sus clases y las prácticas observadas por el Sistema de Evaluación Nacional Docente. Sólo dos proyectos del año 2009 se sitúan en el campo de la PFI.

A nivel internacional, el análisis de programas de formación de profesores ha sido abordado por numerosos autores en variados contextos. Existen investigaciones que evalúan PFI en toda su extensión (p.e. Aypay, 2009; Eryilmaz y Ubuz, 2005; Kahn y Saeed, 2009). La mayoría de estos trabajos evalúan los programas a partir de la información que les proporcionan sus graduados con sus respuestas a cuestionarios o entrevistas. En esta línea destaca el trabajo de Darling-Hammon (2006) que desarrolla una metodología amplia para la evaluación de la formación de profesores, que incluye cuestionarios a graduados, entrevistas a estudiantes y graduados, pre-test y post-test sobre conocimientos adquiridos durante la formación, muestras del trabajo de los estudiantes de pedagogía, observación de prácticas clínicas y de prácticas pedagógicas.

Otras investigaciones se centran en PFI de disciplinas concretas como inglés o música (p.e. Ballantyne, 2005; Coskun y Daloglu, 2010), usando también los cuestionarios y las entrevistas como instrumentos de recolección de datos.

En esta investigación concentramos los esfuerzos en los PFI de Matemática de Enseñanza Media y las competencias profesionales que estos desarrollan, enfocando los instrumentos y el análisis hacia la identificación de aspectos relacionados con la RP. Esto se justifica en la importancia de la RP en la matemática escolar, que ha quedado una vez más reafirmada en el currículo nacional (Bases Curriculares 2012, 2013), siguiendo una tendencia internacional (PISA y TIMMS).Las investigaciones nacionales ya mencionadas ponen en evidencia que la RP no se utiliza suficientemente ni adecuadamente en la enseñanza y aprendizaje de la matemática escolar y nuestra hipótesis es que el origen de estas carencias está en la formación inicial, en las oportunidades que los PFI ofrecen a sus estudiantes para prepararse en la RP en matemática y en la enseñanza de la matemática.

Como fuente principal de información se utiliza a profesores nóveles (egresados hace menos de tres años) con al menos un año de experiencia, de los que se analizan sus prácticas pedagógicas y su competencia como resolutores de problemas para explorar las relaciones entre sus PFI y sus competencias profesionales.

La figura de los profesores nóveles tiene algunas particularidades que conviene tomar en cuenta a efectos de interpretar la información que se obtenga. De los resultados de un estudio realizado por Ávalos et al., (2004), se desprende que los profesores noveles toman a sus estudiantes como referentes a la hora de describir su práctica como docentes, muestran preocupación por su motivación y por atender las diferencias entre ellos en cuanto a ritmos de aprendizaje; esto les hace ponerse en un lugar crítico frente a su formación inicial y suponer que hay estrategias de enseñanza que no conocen, aunque

se sienten seguros de la idoneidad de las estrategias que usan y de que las usan correctamente. Esta crítica a los PFI es más acentuada en el caso de los profesores de enseñanza media, quienes por otra parte señalan sentirse muy bien formados en cuanto al conocimiento del contenido de la disciplina que deben enseñar. En cuanto a la valoración que hacen de los aportes de su formación inicial frente a la experiencia, hay indicios que señalan que los profesores noveles atribuyen a sus PFI su conocimiento de los contenidos, el uso de fuentes de información y el diseño de clases siguiendo el currículo, mientras que indican que el conocimiento de los alumnos lo adquieren a través de la experiencia.

## 2. PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN Y OBJETIVOS.

En vista de los antecedentes presentados se plantea la siguiente pregunta de investigación: *¿Cuáles son las relaciones entre las oportunidades que ofrecen los Programas de Formación Inicial de Profesores de Matemática de Enseñanza Media, el conocimiento matemático de los profesores noveles recién egresados y sus prácticas pedagógicas en relación con la Resolución de Problemas?*

Para responder a esta pregunta se presenta un Objetivo General: Identificar y analizar relaciones entre las oportunidades que ofrecen los Programas de Formación inicial de profesores de Matemática de Enseñanza Media, el conocimiento matemático de los profesores noveles recién egresados y sus prácticas pedagógicas en relación con la Resolución de Problemas y su papel en la enseñanza de la Matemática.

Y cuatro Objetivos Específicos que se desprenden del Objetivo General:

1) Caracterizar las prácticas pedagógicas de los profesores noveles en relación con la resolución de problemas.
2) Analizar la competencia de dichos profesores noveles como resolutores de problemas, en términos de los conocimientos matemáticos, heurísticas y estrategias de control que utilizan.
3) Identificar y describir instancias/oportunidades que los programas de formación inicial que dichos profesores han cursado ofrecen para el aprendizaje y la enseñanza de la resolución de problemas.
4) Explorar relaciones entre las instancias que ofrecen los programas de formación inicial, la práctica pedagógica de los profesores noveles y su competencia en relación a la resolución de problemas.

## 3. MARCO CONCEPTUAL.

El foco de esta investigación es la formación inicial de profesores de matemática de enseñanza media, en relación con las oportunidades que ofrece para desarrollar las competencias profesionales de los futuros profesores en cuanto a su competencia matemática como resolutores de problemas y a sus capacidades y habilidades para utilizar la resolución de problemas en sus prácticas pedagógicas.

La forma en que los profesores e investigadores enfocan la propuesta de utilizar la RP para promover el aprendizaje no es común para toda la comunidad educativa y depende fuertemente de la concepción que se tenga acerca de qué es un problema y cómo se aborda su resolución. Polya (1945) señala cuatro etapas para la RP: comprender el problema, pensar en un plan, ejecutarlo y revisar los resultados. Además presenta un conjunto de heurísticas útiles para ciertos tipos de problemas. Esta propuesta ha derivado en algunos casos en una interpretación algorítmica centrando la RP en la enseñanza de métodos heurísticos, alejándola de la propuesta de Polya (Santos-Trigo, 2007).

En esta investigación consideramos la RP tanto desde el punto de vista de la matemática como de su aprendizaje. La RP involucra un *problema*, a un individuo o *resolutor* frente a este problema y en ciertos casos a un facilitador o *profesor* que acompaña el trabajo del resolutor con el problema. La forma en que se conciben estos tres elementos y sus interacciones definen una interpretación de la RP que marca el enfoque de esta investigación.

En esta investigación consideramos que una actividad matemática es un *problema* cuando el resolutor no conoce un procedimiento que le lleve de forma directa a la solución, en caso contrario se dirá que dicha actividad matemática es un *ejercicio.* Cuando el *resolutor* enfrenta un *problema, éste* considera que tiene conocimientos suficientes para ello y se interesa (motiva) en su solución. El *resolutor* intenta distintas estrategias, insiste en la búsqueda de un camino que lo lleve a su resolución. Cuando logra resolver el problema, lo llega a comprender de manera integral, lo que le permite explicarlo a otros. En su afán por resolver el *problema,* el resolutor interactúa con sus pares, enriqueciéndose de la discusión matemática sobre el *problema*. En una situación de aprendizaje, la RP es acompañada por el *profesor,* quién interactúa con el *resolutor* haciendo preguntas, entregando la responsabilidad y nunca entregando la solución. El profesor estimula la discusión entre los *resolutores* ya sea disponiéndolos en grupos o en discusión plenaria.

Así, el término "problema" no se refiere a una propiedad inherente a una actividad matemática sino que depende del tipo de interacción que se establezca entre esta actividad matemática y la persona que intenta resolverla (resolutor). El problema debe presentar una dificultad para el resolutor, la que no puede ser solamente de tipo operacional (Schoenfeld, 1985). Por otro lado, que una actividad matemática sea un problema o un ejercicio no depende del contexto en que se enuncie; un problema puede estar planteado en un contexto puramente matemático y un ejercicio puede presentarse bajo un contexto no matemático. Por otra parte, Schoenfeld (1985) señala que la forma en que una persona se enfrente a la RP dependerá de sus conocimientos matemáticos, heurísticas, metacognición, su sistema de creencias, y también de las prácticas educativas en las que haya participado, lo que da al profesor un rol principal en el desarrollo de la habilidad de sus estudiantes como resolutores de problemas. En particular, la gestión que un docente haga de una actividad matemática puede marcar el hecho de que esa actividad sea un problema o un ejercicio para sus estudiantes. Por ejemplo, si un profesor plantea a sus estudiantes una actividad matemática novedosa para ellos y les deja tiempo y espacio para que ellos mismos traten de resolverla, esa actividad, para esos estudiantes, será un problema; pero si el profesor resuelve algunos ejemplos análogos, mostrando a los estudiantes el procedimiento a seguir, habrá convertido dicha actividad en un ejercicio.

Esta concepción acerca de qué es un problema y qué significa la resolución de problemas guiará la caracterización de las prácticas pedagógicas de los profesores de matemática de enseñanza media (objetivo 1), el análisis de su competencia como resolutores de problemas (objetivo 2) y de sus programas de formación inicial (objetivo 3).

Para el análisis de las prácticas pedagógicas consideramos la propuesta de Franke, Kazemi y Battey (2007) que las describe en términos de (i) las tareas propuestas, (ii) el tipo de discurso que se da en la sala y (iii) las normas y roles que asumen los estudiantes y el profesor. Por otra parte, la competencia de un individuo como resolutor de problemas puede describirse en términos de sus conocimientos matemáticos, las heurísticas empleadas, elementos metacognitivos y de su sistema de creencias (Schoenfeld, 1985). En esta investigación consideramos principalmente los contenidos y heurísticas que los

docentes muestren conocer y sus creencias acerca de qué es un problema y cómo abordar su solución.

## 4. METODOLOGÍA.

En esta sección se presentan los aspectos metodológicos con que se abordan los objetivos del proyecto: los criterios y el proceso de creación de la muestra de docentes participantes, los instrumentos de recolección de datos y las variables a analizar. Para el análisis de los datos se utiliza una metodología de tipo mixto, combinando métodos de análisis cuantitativos y cualitativos (Creswell, 2012). La descripción del proceso y los instrumentos de análisis se presentarán en las cuatro secciones siguientes.

### 4.1 Población y muestra de docentes.

Los objetivos de esta investigación se abordan a partir de los datos obtenidos de una muestra de 30 docentes, analizando su práctica pedagógica (objetivo 1), su competencia como resolutor (objetivo 2) y reconstruyendo su historia académica universitaria, además de conocer los documentos oficiales de los programas en que han sido formados (objetivos 3 y 4). La opción de este proyecto es obtener información de los PFI a través de los docentes, los que constituyen la principal fuente información.

La población objeto de estudio está constituida por los profesores de matemática de enseñanza media, egresados durante los años 2010 y 2011 de tres universidades chilenas (U1, U2 y U3), con al menos un año de experiencia enseñando matemática, que estuvieran haciendo clases en la Región Metropolitana, en la 5º o 6ª Región (exceptuando Isla de Pascua). Puesto que se trata de un estudio exploratorio, las universidades se eligieron de forma intencionada atendiendo a dos características principales: ser referentes en la formación de profesores de matemática de enseñanza media a nivel nacional y acceder a proporcionar los datos de sus egresados para su uso en la investigación. La restricción geográfica se debe a que los recursos disponibles no permitían realizar observaciones en todas las regiones del país. A partir de esta población se definió una muestra de 10 profesores de cada una de las universidades.

Los 30 docentes de la muestra contestaron un cuestionario inicial con información acerca de datos personales, estudios escolares y universitarios, y antecedentes relativos a experiencia y situación laboral. A partir de la información recopilada en este cuestionario es posible conocer las características principales de la muestra: está constituida por un número similar de hombres y mujeres, aunque U1 tiene más hombres y U3 tiene más mujeres; la mayoría de los docentes tiene entre 25 y 28 años; y trabajan en su mayoría en establecimientos particulares subvencionados. Además, se puede decir que son personas preocupadas por su formación, puesto que asistían con frecuencia a clases, independientemente del tipo de asignatura (de matemática, de didáctica de la matemática o de pedagogía general) y varios de ellos han realizado estudios de posgrado.

### 4.2 Instrumentos de recolección de datos y variables consideradas.

El proceso de recolección de datos se divide en 4 grandes etapas, asociadas a cada uno de los cuatro objetivos específicos de la investigación. A continuación describiremos los instrumentos y variables de cada una de las 4 etapas a las que hemos denominado: *Las prácticas pedagógicas: El docente como resolutor de problemas: Los Programas de Formación;* y La *exploración de relaciones*.

#### Etapa 1: Las prácticas pedagógicas

Tal y como señalan Franke et. al. (2007), las prácticas pedagógicas pueden ser descritas en términos de: (i) las tareas propuestas, (ii) el tipo de discurso que se da en la sala y (iii) las normas y roles que asumen los actores. Así, nos interesa capturar en qué medida y de qué manera las tareas que proponen los docentes, el discurso que plantean en la sala y las normas y roles que se establecen promueven el desarrollo de la habilidad de RP en

los estudiantes. La caracterización de las prácticas pedagógicas de los profesores (objetivo 1) se hace a partir de la observación de 3 sesiones de clase consecutivas para cada uno de los profesores[1] y el análisis de las producciones escritas tanto del profesor como de sus estudiantes (cuaderno, guías, controles y pruebas).
La recolección de la información se realiza usando dos pautas, una para la observación de las clases y otra para las producciones escritas. Estas dos pautas, junto con la grabación en audio de las tres sesiones de clase y la filmación de la última sesión de clase observada[2] constituyen el set de instrumentos de recogida de datos correspondientes al primer objetivo de investigación (Tabla 4.2). Con la pauta de observación de clases se recoge información acerca de un total de 14 variables, agrupadas en tres grandes dimensiones (Tabla 4.1): dinámica de trabajo, gestión de la clase y tipo de actividad realizada.

| **Dimensión** | Dinámica de trabajo (D1) | Gestión de la clase (D2) | Tipo de actividad (D3) |
|---|---|---|---|
| **Variables** | TM: Tiempo muerto<br>ID: Instrucción directa<br>TI: Trabajo individual<br>TG: Trabajo en grupo<br>TGC: Trabajo en grupo completo | PNI: Profesor no interviene<br>PHP: Profesor hace preguntas<br>PDR: Profesor devuelve la responsabilidad<br>PNR: Profesor no responde al ser consultado<br>PES: Profesor entrega soluciones<br>INR: Intervención no rutinaria de estudiante<br>PPD: Profesor promueve discusión | R: Rutinaria<br>NR: no rutinaria |

Tabla 4.1: Dimensiones y variables consideradas en la pauta de observación de clases

Para el análisis de los cuadernos se consideran 3 variables: su localización dentro de la unidad, el tipo de actividad y si hay indicios de trabajo colaborativo. Las guías, controles y pruebas se analizan señalando el número de actividades que contiene, si son repetitivas, si sugieren trabajo en grupo y si son similares a las del cuaderno.
Para los propósitos del primer objetivo de investigación, el análisis de las producciones escritas está considerado como un complemento a la observación de clases, que además permite tener un cierto grado de control del fenómeno de la *deseabilidad social*, en cuanto a lo que el profesor hace comúnmente en sus clases y lo que muestra en las clases observadas. En este sentido, se puede considerar que el principal instrumento de recolección de datos relacionado con las prácticas pedagógicas es la pauta de observación de clases descrita anteriormente.
Las variables de esta etapa de la investigación se analizaron utilizando elementos de estadística descriptiva y mediante un estudio de correlaciones. Esta información se complementó con un análisis cualitativo de tipo *Estudio Instrumental de Casos* (Sandín, 2003; Stake, 1998), para explorar la variedad y multidimensionalidad presente en las prácticas pedagógicas. Para este estudio de casos se determinó un número de docentes que permitiera una profundización suficiente, acorde a los tiempos definidos para el estudio y en el cual estuvieran representadas las tres universidades involucradas. La estrategia de muestreo utilizada fue la de *máxima variación* (Flick, 2004). Se efectuó seleccionando inicialmente a 6 docentes cuyas clases ya habían sido observadas y

[1] En algunos casos fue necesario observar más de 90 minutos de clase, por la configuración de los horarios de cada profesor. El criterio utilizado para decidir cuantas sesiones observar fue tener al menos 270 minutos y tres bloques de clase consecutivos.
[2] Se decidió filmar solo una sesión de clase por limitaciones de recursos y se decidió filmar la última de las tres clases porque en ella los estudiantes y el docente estarán más habituados a la observación y actuarán con más naturalidad.

codificadas en el estudio cuantitativo[3], 2 docentes por universidad, entre los que mostraran una máxima variacion en las variables *Profesor hace preguntas; Profesor devuelve la responsabilidad; Intervención no rutinaria del estudiante; y Profesor promueve la discusión*. Posteriormente, para complementar el segundo propósito se incluyéron dos casos adicionales, entre los que se distinguieron positivamente por implementar prácticas que promueven la RP en el aula. La muestra quedó constituida finalmente por 8 docentes.

**Etapa 2: El docente como resolutor de problemas**

La competencia de los profesores como resolutores de problemas (objetivo 2) se analiza en términos de los conocimientos matemáticos, heurísticas y creencias que manifiestan en relación con la RP (Schoenfeld, 1985). Para ello, los profesores participan en un Taller de RP, en el que resuelven actividades matemáticas, se profundiza en su concepción de la RP en matemática y se indaga sobre su experiencia como estudiante en su PFI. Los instrumentos utilizados para recolectar información en este taller son: tres cuestionarios, tres problemas y la filmación de la discusión plenaria (Tabla 4.2). Parte de la información recolectada con estos instrumentos también se utiliza para el diseño de la ERS (Etapa 4).

El taller tiene una duración de 2:30 horas y está pensado para profesores de una misma universidad. Está dividido en 4 partes: en la primera cada profesor responde a 3 preguntas para identificar qué entienden por problema y RP; en la segunda resuelven 2 actividades de forma individual[4], a continuación responden a dos cuestionarios cuyas preguntas buscan que reflexionen acerca de su propio proceso de resolución y que se autoevalúen. En la tercera parte, los profesores trabajan en grupo en la resolución de otra actividad y, a continuación, responden al cuestionario 3, donde la reflexión se hace en relación con la dinámica de trabajo en grupo. Estos últimos cuestionarios terminan preguntando a los profesores si participaron en instancias similares a la del taller durante su formación inicial. De esta manera se obtiene información para el objetivo 4 de la investigación. La última parte del taller, que consiste en una discusión plenaria, también está relacionada con el objetivo 4, pues la discusión gira en torno a su formación inicial. Por esta razón los profesores que asisten a cada sesión del taller deben provenir de la misma universidad, ya que con esta discusión se espera que emerja información relevante acerca de las oportunidades que los PFI ofrecen a los profesores en relación con la RP y su enseñanza. Esta discusión plenaria se filma y posteriormente se utiliza como insumo para el diseño de una de las preguntas de la ERS.

Las variables que se analizaron con los datos del Taller de RP son: el grado de coincidencia entre el concepto de *problema* que reflejan las respuestas de los docentes[5] y el indicado en el marco conceptual (sección 3); la puntuación asignada al proceso de resolución de las actividades del Taller de RP bajo los criterios de nuestro marco conceptual (NOT); la autoevaluación de los docentes de su proceso de resolución de dichas actividades bajo sus propios criterios (AUNOT) y bajo criterios acordes a nuestro marco conceptual (AUNOTTEO); su autoevaluación del trabajo realizado en grupo (GAUNOT) y el número de instancias similares a las del Taller en sus programas de formación inicial, en los ramos de matemática y didáctica (LMAT, GLMAT, LDID, GLDID)[6].

[3] Debido a limitaciones de tiempo, el análisis cualitativo se inició antes de completar el análisis cuantitativo, por lo que los primeros 6 casos se eligieron de una muestra de 21 docentes. Los últimos 2 casos se eligieron de la muestra total.

[4] Las dos actividades propuestas tienen la intención de ser *problemas* y no *ejercicios* para los participantes.

[5] Respuestas las preguntas: *¿qué es para ti un problema (matemático)?* e *Indica tres características que consideras que debe tener una actividad matemática para poder considerarla como un problema.*

[6] Se observaron más variables, pero estas son las que consideramos más relevantes para este informe.

**Etapa 3: Los Programas de Formación**

En relación con el objetivo 3, el propósito es determinar qué oportunidades de aprendizaje están ofreciendo las universidades a los futuros profesores; interesa saber qué tipo de cursos ofrecen, cómo son los programas de cursos, cuánto hay de matemática escolar y cuánto de contenidos más avanzados, cuál es el énfasis que se le da a la didáctica, los tópicos que aparecen con mayor frecuencia y, especialmente, cuál es el énfasis de la RP.

El análisis de los PFI, a partir de las mallas y los programas de los cursos, tiene como antecedente el trabajo de Varas et al. (2008), en el que se analizan los programas de las Pedagogías en Enseñanza Básica.

En esta investigación, las variables que se consideraron para el análisis de los Programas de Formación fueron: el número de cursos de matemática, ciencias exactas, didáctica, práctica y otros que aparecían en las mallas de cada una de las universidades; los tópicos[7] presentes en los programas de los cursos y el número de cursos en cuyos programas aparecía la expresión "resolución de problemas". A partir de estas variables se obtiene una visión de los PFI basada únicamente en los documentos oficiales.

**Etapa 4: La exploración de relaciones**

El objetivo 4 consiste en explorar relaciones entre los resultados obtenidos en las tres primeras etapas. Este análisis exploratorio se hace a partir de: (i) una entrevista y (ii) un estudio de correlaciones y regresiones entre parte de las variables consideradas para los tres primeros objetivos y otras que provienen del cuestionario inicial (Tabla 4.2).

La entrevista, por sus rasgos y principios, ha sido denominada *Entrevista Retrospectiva Situada* (ERS). La ERS indaga, por medio de la narración de los profesores, en las interrelaciones que se producen entre tres dimensiones: a) la práctica pedagógica de los profesores noveles vinculada a la enseñanza por medio de la resolución de problemas; b) la competencia que tienen los mismos docentes para abordar problemas matemáticos y c) las oportunidades, dispositivos y experiencias que ofrecieron los PFI Inicial cursados por estos profesores en relación a la RP.

En este contexto, el instrumento fue diseñado a partir de las características y objetivos de una Entrevista Episódica (Flick, 2004), cuyos rasgos centrales son la recuperación de situaciones significativas para el entrevistado y la formulación de preguntas, por parte del entrevistador, a partir de situaciones en que éste previamente pudo observar al entrevistado. Este instrumento permite gatillar la reflexión del entrevistado y construir o reconstruir situaciones y episodios de su pasado.

A partir de estas orientaciones conceptuales y metodológicas, la ERS está pensada para reconstruir la historia académica de los profesores de matemática de Enseñanza Media y extraer qué de ella se refleja en sus prácticas pedagógicas con respecto a RP y en su competencia como resolutor. Es *situada* porque entre las preguntas se incluyen situaciones concretas diseñadas a partir del análisis de sus prácticas pedagógicas, su competencia matemática y el PFI que ha cursado. Es *retrospectiva* porque el propósito es que el profesor reconstruya su historial académico a partir de las situaciones planteadas y las preguntas sobre su formación.

La ERS se compone de tres dimensiones: Competencia del docente como resolutor de problemas y su Formación Inicial (Dimensión 1), La Práctica Pedagógica y sus nexos con la Formación Inicial (Dimensión 2) y Características de los PFI (Dimensión 3).

[7] Con base en la clasificación utilizada en Varas et al. (2008)

| | Obj. 1 | Obj. 2 | Obj. 3 | Obj. 4 |
|---|---|---|---|---|
| Cuestionario inicial | | | | ✓ |
| Pauta de observación de clases | ✓ | | | ✓ |
| Pauta para producciones escritas | ✓ | | | |
| Audio de las 3 sesiones de clase observadas | ✓ | | | |
| Video de la última clase observado | ✓ | | | |
| 3 cuestionarios del Taller de RP | | ✓ | ✓ | ✓ |
| 3 actividades matemáticas del Taller de RP | | ✓ | | ✓ |
| Video de la discusión plenaria del Taller de RP | | | | ✓ |
| Mallas y programas de los cursos | | | ✓ | |
| ERS | | | | ✓ |

*Tabla 4.2: Relación entre los objetivos e instrumentos de investigación*

En las siguientes cuatro secciones se presentan los resultados obtenidos en relación con cada uno de los objetivos y etapas de la investigación, incluyendo una sección de conclusiones relacionadas con cada uno de los objetivos.

# 5 RESULTADOS: PRÁCTICAS PEDAGÓGICAS.

La información sobre las prácticas pedagógicas recogida en esta investigación se analiza de dos formas: 1) análisis cuantitativo utilizando técnicas de estadística descriptiva y análisis de correlaciones, y 2) estudio cualitativo, analizando 8 casos de docentes seleccionados a partir de la información obtenida en el análisis cuantitativo.

## 5.1 Estudio cuantitativo: Prácticas pedagógicas

Las prácticas pedagógicas se analizan principalmente a partir de la pauta de observación de clases, diseñada para registrar al menos 270 minutos de clases consecutivas para cada uno de los 30 profesores de la muestra (36 segmentos de 7,5 min. cada uno). Los datos de la pauta se analizaron con técnicas descriptivas sencillas a partir de las tres dimensiones consideradas para su construcción: Dinámica de trabajo, Gestión de la Clase y Tipo de Actividad Matemática. Este análisis se complementó con un análisis de correlaciones entre las 14 variables de la pauta.

**Dinámica de trabajo:** Para cada una de las variables de esta dimensión se obtuvo la frecuencia de aparición durante el tiempo observado. En promedio, los docentes dedican un 50% del tiempo a la Instrucción Directa, en el cual ellos son los protagonistas en la exposición o explicación de contenidos (Tabla 5.1); un 35% del tiempo los estudiantes son los protagonistas (TI, TG, TGC) y el 60% de este tiempo los estudiantes realizan Trabajo Individual. El Gráfico 5.2 muestra la distribución de estas variables cuando se desagregan por universidad. Se puede destacar que, comparando las 3 universidades, los docentes de U1 son los que más tiempo dedican al trabajo en grupo y menos tiempo a ID; cerca del 40% del tiempo sus estudiantes son protagonistas.

| TM | ID | TI | TG | TGC |
|---|---|---|---|---|
| 15% | 50% | 21% | 13% | 1% |

*Tabla 5.1*: Dinámica de la clase

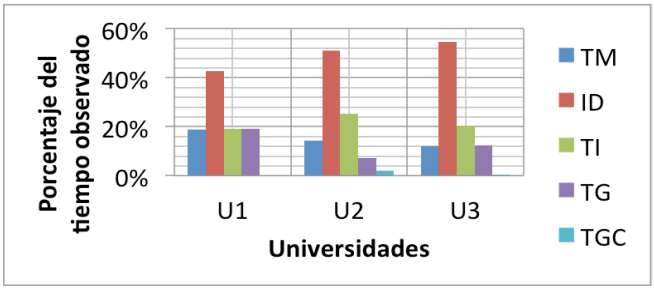



*Gráfico 5.2.*Dinámica de trabajo por U

**Gestión de la Clase:** Para cada una de las 7 variables de esta dimensión, se obtuvo su frecuencia de aparición en los 36 segmentos analizados. Para interpretar los valores siguientes, conviene mencionar que de acuerdo a la construcción de la pauta, las variables PHP, PDR, INR y PPD están relacionadas con la promoción del desarrollo de la habilidad de RP en los estudiantes; mientras que PNI, PNR y PES desincentivan el desarrollo de dicha habilidad. El Gráfico 5.3 indica la distribución de las 7 variables observadas. A partir de éste, se concluye que *Hacer Preguntas* (PHP) y *Entregar Soluciones* (PES) son las variables más frecuentes. Se observan porcentajes muy bajos para *Intervención No Rutinaria de Estudiante* y *Profesor Promueve Discusión* y uno poco mayor para *Profesor Devuelve la Responsabilidad*, pero todavía bastante pequeño. Lo anterior podría estar dando cuenta de una baja promoción de RP en las clases, ya que PDR es importante en la figura de un profesor que promueve la reflexión y el análisis en sus estudiantes, elementos fundamentales en la habilidad de RP. Por otra parte la variable PES, *Profesor Entrega Soluciones,* tiene un porcentaje de incidencia alto, lo que corroboraría lo anterior. El alto porcentaje de PHP estaría dando cuenta de la gestión de un profesor que estimula con preguntas a sus estudiantes, práctica docente positiva en relación a RP. Sin embargo, es necesario tener en cuenta que no es lo mismo que un profesor haga muchas preguntas y entregue muchas soluciones a que haga muchas preguntas y deje a sus estudiantes la responsabilidad de encontrar las soluciones.

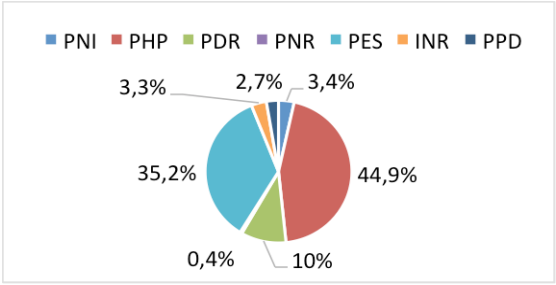



*Gráfico 5.3*. Gestión de la clase

Es interesante observar el Gráfico 5.4 desagregado por profesor, en el cual se puede ver que los profesores que más preguntan tienden a devolver menos la responsabilidad, lo que se expresa también en una correlación de *-0,17*, aunque no significativa al 5%.

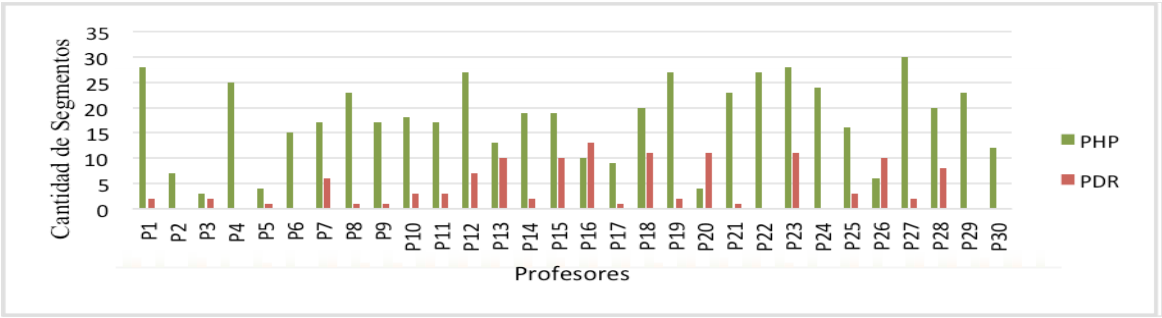



*Gráfico 5.4.* PHP – PDR.

También es interesante ver PHP en relación con PES. Aquí encontramos una correlación negativa de -0,53 y significativa al 1%. El Gráfico 5.5 muestra la distribución de estas dos variables, desagregada por profesor, donde se puede observar un buen número de profesores que muestran altos niveles de PHP y bajos en PES y viceversa. Estos números estarían indicando que los profesores que hacen muchas preguntas no devuelven la responsabilidad y no entregan soluciones a los problemas. Adicionalmente es interesante la correlación entre PDR y PES, la que resulta ser *-0,18*, pero no significativa al 5%.

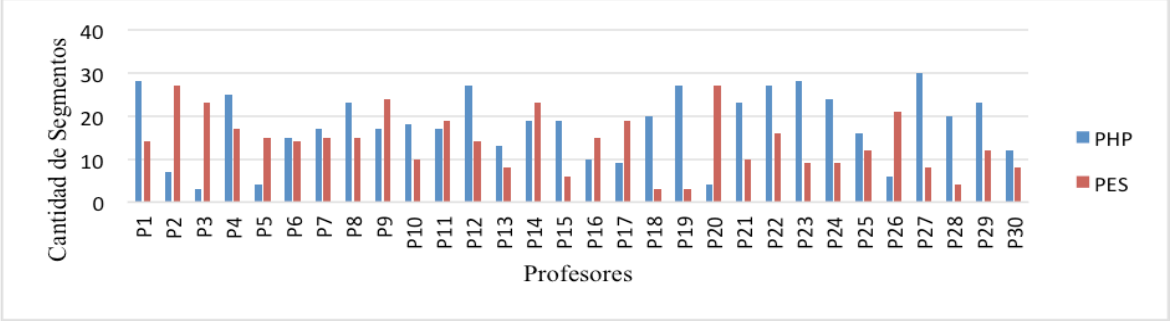



*Gráfico 5.5.* PHP – PES.

Cuando se desagregan estas 7 variables por universidad se puede observar que los profesores de U1 y U2 hacen preguntas y entregan soluciones en proporciones más o menos similares, mientras que los docentes de U3 hacen más preguntas que entregan soluciones. Esta relación sería un indicio de que los profesores de la U3 están gestionando PHP y PES de una mejor manera en cuanto a la RP, que los de las otras dos universidades.

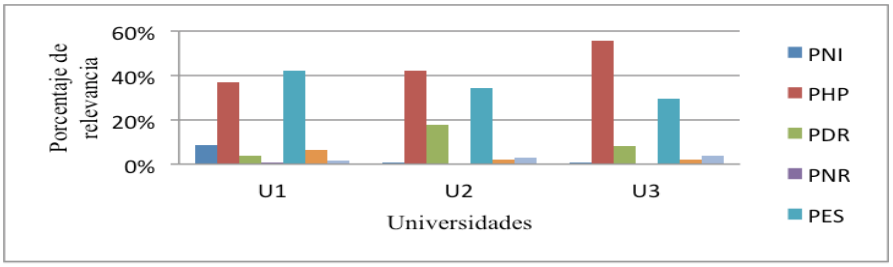



*Gráfico 5.6. Gestión de la clase desagregado por Universidades.*

También es posible notar que ante preguntas de los estudiantes, los profesores de la U2 devuelven más la responsabilidad, característica positiva para la RP. Añadido a esto, la Tabla 5.7 presenta las razones PHP/PDR y PHP/PES por universidad. Los profesores de la U1 muestran una alta razón PHP/PDR y baja PHP/PES, lo que indicaría que los docentes de esa universidad hacen clases fuertemente centradas en su persona, dando poca autonomía a los estudiantes. Los docentes de la U2, por su parte, presentan una razón PHP/PDR menor que las otras dos universidades, lo que indicaría que devuelven más la responsabilidad; pero la razón PHP/PES indica que, a pesar de hacer muchas preguntas se entregan también bastantes soluciones (no más que las preguntas que se hacen). En cuanto a la U3, los docentes noveles observados entregan menos soluciones que los de las otras universidades, sin embargo trabajan en menor medida devolviendo la responsabilidad. Así, desde este análisis los docentes egresados de U2 y U3, en comparación con U1, presentan un trabajo de los elementos PHP-PDR-PES que favorece más el desarrollo de sus estudiantes como resolutores de problemas.

| U | PHP | PDR | PES | PHP/PDR | PHP /PES |
|---|---|---|---|---|---|
| U1 | 157 | 16 | 174 | 9.81 | 0.90 |
| U2 | 165 | 70 | 137 | 2.36 | 1.20 |
| U3 | 209 | 35 | 109 | 5.97 | 1.95 |
| Total | 531 | 121 | 420 | 4.39 | 1.26 |

*Tabla 5.7.* Razones PHP/PDR – PHP/PES

**Tipo de Actividad Matemática:** El Gráfico 5.8 muestra, a nivel de profesores, el desglose del tiempo, por número de segmentos de 7.5 minutos, dedicado a actividades donde los

estudiantes son los protagonistas (TI, TG y TGC) y a Instrucción Directa más el Tiempo Muerto (donde los estudiantes no son protagonistas).

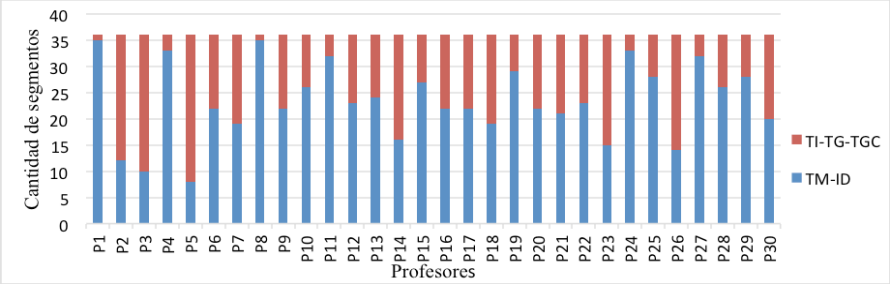



*Gráfico 5.8.* Tiempo para actividades matemáticas

El tiempo disponible para el trabajo de los estudiantes, que corresponde al 35% de la clase, se puede dedicar a ejercicios (R) o problemas (NR). De este 35% del tiempo, se ha podido ver que una proporción muy menor es dedicada a problemas. Más aún, es notorio el gran número de profesores, cerca de 20 de un total de 30, que prácticamente no dedican tiempo a problemas. En la Tabla 5.9 se observa que los profesores de U3 usan más problemas, mientras que los de U1 realizan en gran medida ejercicios. Esa tabla muestra además una mejor razón NR/R para U3, si bien las tres muestran muy poco trabajo en problemas. Esta pequeña diferencia podría estar indicando alguna incidencia de la formación inicial en estas categorías, pero no es posible todavía sacar alguna conclusión más definitiva.

| U | R | NR | NR/R |
|---|---|---|---|
| U1 | 235 | 16 | 0.07 |
| U2 | 127 | 9 | 0.07 |
| U3 | 148 | 32 | 0.22 |
| **Total** | **500** | **57** | **0.11** |

*Tabla 5.9.* Razón NR/R por Univ.

El análisis de las producciones escritas (cuadernos, guías, controles y pruebas) muestra coherencia con lo observado en clase. De un total de 5037 actividades codificadas de los cuadernos de los estudiantes (30 cuadernos), el 88% corresponden a ejercicios y en ninguno de ellos aparecen evidencias de trabajo colaborativo. En cuanto a las guías, controles y pruebas, el 89% de estos documentos contenía actividades muy similares a las de los cuadernos y sólo en el 3% de los documentos se sugería trabajo en grupo.

**Correlaciones entre las 14 variables.**

En la *Tabla* 5.10 se presentan las correlaciones significativas, en blanco y plomo para correlaciones con 0,05% y 0,01% de significación, respectivamente. Se observan correlaciones que muestran características interesantes de la práctica docente de los profesores bajo análisis. En primer lugar, se encuentra que la correlación entre *Instrucción Directa* (ID) y el *Profesor Hace Preguntas* (PHP) es de 0,69 (0,01%). Así mismo, la correlación entre *Instrucción Directa* (ID) y el *Profesor Entrega Soluciones* (PES) tiene el valor de -0,42 (0,05%). En segundo lugar, el *Trabajo en Grupo* (TG), se correlaciona positivamente en 0.70 (0,01%) con *Profesor No Interviene* (PNI) y negativamente en -0,50 (0,01%), con el *Profesor Hace Preguntas* (PHP). De aquí se podría decir que cuando los estudiantes trabajan en grupo, los profesores no intervienen y que profesores que dejan que sus estudiantes trabajen en grupo son precisamente aquellos que no hacen preguntas, es decir, los alumnos quedan trabajando en

| | ID | TI | TG | PNI | PHP | PDR | PNR | PES | INR | PPD | R | NR |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ID | | | -0.69 | -0.57 | 0.69 | | | -0.42 | | 0.44 | | |
| TI | | | -0,38 | | | | | | | | | |
| TG | -0.69 | -0.4 | | 0.70 | -0.50 | | | 0.41 | | | | 0.53 |
| PNI | -0.57 | | 0.70 | | -0.53 | | | | | | | |
| PHP | 0.69 | | -0.50 | -0.53 | | | | -0.53 | | | | |
| PDR | | | | | | | | | | | -0.46 | 0.41 |
| PNR | | | | | | | | | 0.71 | | | |
| PES | -0.42 | | 0.41 | | -0.53 | | | | | | 0.37 | |
| INR | | | | | | | 0.71 | | | | | |
| PPD | 0.44 | | | | | | | | | | | |
| R | | | | | | -0.46 | | 0.37 | | | | -0.38 |
| NR | | | 0.53 | | | 0.41 | | | | | -0.38 | |

*Tabla 5.10.* Correlaciones significativas entre variables.

grupo prácticamente aislados. En tercer lugar, el *Profesor Hace Preguntas* (PHP) tiene una correlación de -0,53 (0,01%) con *Profesor Entrega Solución* (PES), lo que nuevamente podría mostrar que profesores que preguntan mucho están dejando la responsabilidad en sus estudiantes, pero el Gráfico 5.5 (PHP-PES) muestra que también profesores que preguntan poco no entregan soluciones. En último lugar, la *Intervención No Rutinaria* (INR) de los estudiantes se correlaciona en 0,71(0,01%) con el *Profesor No Responde* (PNR). Esto último diría de que el profesor evita responder preguntas no rutinarias, mostrando poca promoción de RP, aunque estas últimas variables tienen poca incidencia en la clase (cerca del 10%).

**Conclusiones.**

De los resultados anteriores se puede concluir que las prácticas pedagógicas de los profesores nóveles del estudio, en general, están caracterizadas por:

1. Una *dinámica de la clase* donde el *profesor(a) es el protagonista*. Hay poco tiempo dedicado al trabajo de los estudiantes, menos en equipo y a la discusión matemática en la clase. Cuando el profesor es el protagonista, éste plantea actividades matemáticas en su mayoría rutinarias.
2. Este resultado se suma a que los profesores *gestionan su clase* haciendo *muchas preguntas a los estudiantes*, pero muchas veces *entregando soluciones* o elementos clave para resolver una tarea o problema. Esto podría explicar las *pocas intervenciones no rutinarias* de los estudiantes y las *pocas devoluciones de responsabilidad*. A pesar que se considera que hacer preguntas es una característica positiva, cuando se hace preguntas y no se entrega la responsabilidad no se fomenta la RP.
3. Por otra parte, en el tiempo que los profesores destinan al trabajo de los estudiantes (trabajo individual, trabajo grupal) se realizaron en su *mayoría actividades rutinarias*, de hecho también en durante la Instrucción Directa el tipo de actividad fue rutinaria. Salvo algunas excepciones, provenientes en su mayoría de la U3 casi no hubo dedicación al trabajo de actividades no rutinarias, lo que indicaría un trabajo mecanizado de ejercicios.

A la luz de los resultados obtenidos sería posible concluir que las prácticas pedagógicas de los profesores observados ofrecen pocas oportunidades para que los estudiantes desarrollen la habilidad de RP.

**5.2 Estudio Cualitativo: Prácticas pedagógicas**

Este estudio se propone caracterizar las prácticas pedagógicas en relación con la RP, enfatizando especialmente la diversidad de formas de enseñar que es posible detectar en el grupo de docentes observados. ¿De qué manera organiza a los estudiantes?, ¿Qué tipo de preguntas realiza?, ¿Cómo reacciona frente al error de un estudiante?, ¿De qué modo enfrenta las preguntas de los estudiantes?, ¿Quién valida el saber en el aula y señala cuál es la respuesta correcta?, ¿Qué tipo de preguntas hacen sus estudiantes?, ¿Hay diferencias en las prácticas de estos docentes? Asimismo, busca, dentro de lo observado, aquellas prácticas pedagógicas que mejor promueven la resolución de problemas matemáticos y de alguna manera están alineadas a la mirada que asume esta investigación[8].

A continuación se presentan dos tipos de hallazgos. En primer lugar, la variedad de decisiones que toman los docentes analizados en relación a dos dimensiones clave de la

[8] Nos referimos al enfoque de Resolución de Problemas que adopta esta investigación y los rasgos de las prácticas de enseñanza que lo propician. Ello se encuentra desarrollado tanto en el marco conceptual del estudio como en el diseño de los instrumentos, en particular, la pauta de observación de clases.

investigación: la dinámica del trabajo y la gestión de la clase.[9] En segundo lugar, aquellas prácticas pedagógicas observadas entre los docentes que impulsan el aprendizaje de las matemáticas desde la perspectiva asumida por el estudio.

**(i) Caracterización de la diversidad de prácticas pedagógicas.**

***Dinámicas de trabajo en la sala de clases*:** Las formas de comenzar la clase de matemáticas reflejan enfoques diferentes que ofrecen más o menos posibilidades de conexión y continuidad entre clases, particularmente cuando se aspira al aprendizaje de contenidos de mayor complejidad en donde los estudiantes requieren poner en acción un conjunto de saberes previos, necesarios para comprender los nuevos. En este sentido, las clases se inician *reponiendo* o recuperando el trabajo de clases anteriores o bien los docentes comienzan *sin preámbulos*, desarrollando el tema de la clase específica. Los docentes adoptan dos formas muy diferentes. Unos, asumiendo el protagonismo, sintetizan la clase anterior y explicitan el objetivo de la sesión. Otros en cambio, asignan esa misión a los propios estudiantes, mediante preguntas abiertas y dirigidas.

En cuanto a las formas de organización, resulta transversal el *trabajo individual* de los estudiantes y la instrucción directa por parte del profesor. Esto es, la dinámica del aula se concentra en el relato, las explicaciones y demostraciones del docente y un segundo momento con el trabajo individual (y generalmente de aplicación) favoreciendo escasamente el intercambio entre alumnos con propósitos de aprendizaje matemático. Ello se corrobora en la altísima proporción de Instrucción Directa, que aparece evidenciada en el estudio cuantitativo.

***Las preguntas de los profesores en clases ¿Cuándo y de qué tipo?:*** Dentro de los casos analizados constatamos importantes diferencias en el tipo, momento y función de las preguntas que hacen los profesores. Los hallazgos del estudio cuantitativo muestran a muchos docentes formulando preguntas en una importante proporción. Sin embargo, aunque esta práctica parece ser en sí misma beneficiosa, no asegura una participación activa de los estudiantes en el aprendizaje. La *naturaleza de la pregunta del docente* puede impulsar respuestas mecánicas, repetitivas, o bien generar relaciones, razonamiento deductivo y una comprensión más profunda de los contenidos matemáticos. Pueden ser preguntas de naturaleza *argumentativa*, *comparativas* o que impulsan el análisis y aplicación de *estrategias*, o bien preguntas *cerradas* que suelen requerir una respuesta corta del estudiante, vinculada directamente a algo que el propio docente está demostrando o que está a la vista y no requiere mayor elaboración. También abundan *preguntas falsas* o de clausura, donde es el propio docente quien hace y responde a la vez su pregunta sin dejar espacio a la reflexión de los estudiantes, anticipándose a ésta con la respuesta inmediata. También los docentes realizan muchas preguntas *procedimentales* (cómo se suman fracciones, cómo reducir términos semejantes, simplificar), las que también pueden mostrar un nivel de mayor o menor exigencia al estudiante, según sea el contenido al que aluden, cómo son formuladas y cuánto espacio deja el docente para que sean abordadas por los estudiantes.

***Las respuestas de los profesores frente al error, la duda o el silencio de sus estudiantes:*** Al respecto, los docentes muestran dos opciones, unos por *corregir el error* y otros por *devolver la responsabilidad* al estudiante mediante preguntas de *comprobación, argumentación*, entre otras, sin sancionar el error. La decisión más común entre los docentes estudiados es que enfrentan el error indicándolo inmediatamente y

[9] Esto se vincula a la caracterización de las prácticas de los docentes en el estudio cuantitativo y los indicadores relevados por la pauta de observación: preguntas del profesor, profesor devuelve o no la responsabilidad, profesor impulsa actividad rutinaria o no rutinaria.

entregando a continuación la respuesta acertada. El tiempo transcurrido entre la equivocación del estudiante y la reacción del docente suele ser muy breve. Los docentes consideran importante reaccionar rápido. Otros docentes en cambio resisten a la tentación de dar la respuesta inmediatamente. Más bien impulsan la discusión a partir del error y con múltiples maneras devuelven la responsabilidad a los estudiantes para definir qué hacer y determinar si la respuesta es o no acertada. Cada una de estas formas tiene consecuencias diferentes sobre el aprendizaje de los estudiantes, sólo algunas prácticas favorecen el uso del error como herramienta pedagógica, analizándolo y devolviendo la responsabilidad a los estudiantes.

***Formas de los profesores para validar las respuestas/soluciones de los estudiantes:*** Podría pensarse que frente a una pregunta del profesor y una respuesta acertada de los estudiantes el ciclo de interacción culmina. Sin embargo, lo que sucede a continuación tiene importantes repercusiones para la apropiación por el estudiante de los contenidos y habilidades matemáticas y particularmente su autonomía para abordar el trabajo de RP. Algunos docentes dan espacios para que sean sus propios estudiantes los que van decidiendo si sus alternativas de respuesta son o no correctas. En otros casos se observó que el docente es el único actor que confirma lo acertado o no de una respuesta, aquí es el docente quien tiene el "poder" del conocimiento. La validación la hizo siempre el profesor y rara vez o nunca el estudiante.

**(ii) Prácticas pedagógicas observadas que promueven la Resolución de Problemas.**

En esta parte del análisis cualitativo describimos prácticas pedagógicas, preguntas, decisiones, reacciones, respuestas y silencios de los docentes que de una u otra forma promueven en sus estudiantes habilidades matemáticas de mayor complejidad y mejor vinculadas a lo que significa *hacer matemática*. Encontramos cinco rasgos de "buenas prácticas" que a continuación detallaremos.

***El docente realiza preguntas que requieren respuestas de mayor elaboración y análisis por parte de los estudiantes.***

Uno de los parámetros relevantes de observar en las prácticas pedagógicas dice relación con su capacidad para guiar la enseñanza mediante preguntas. Hacerlo a lo largo de la clase es un factor que ha sido destacado por la literatura como clave para el desarrollo de la resolución de problemas matemáticos. Sin embargo, como se mostró en el apartado anterior, no cualquier pregunta supone un desafío para el estudiante ni garantiza que éste movilice sus conocimientos o impulse la búsqueda de nuevas estrategias.

Para que esto ocurra, algunos profesores y profesoras realizan preguntas que promueven el establecimiento de relaciones y estimulan habilidades de RP. Son preguntas e intervenciones cuya naturaleza es principalmente argumentativa, comparativa y/o que impulsan el análisis y aplicación de estrategias. La justificación matemática permanente es otra práctica observada a destacar, la que busca, a lo largo de la clase, las razones que justifican lo que el docente o los propios estudiantes hacen o hipotetizan.

***El docente recupera y conecta conocimientos previos de distintas maneras y en distintos momentos de la clase.***

Ha sido estudiada y evidenciada la importancia central que tienen las concepciones, saberes y creencias previas al momento de enfrentar una tarea o problema. Con esos "recursos" a la mano interpretamos y tomamos decisiones. En este sentido, destacamos prácticas observadas donde los docentes visibilizan permanentemente los conocimientos que los estudiantes están poniendo "en uso" cuando abordan un problema, resuelven un ejercicio o explican el procedimiento realizado por otro. Así, por ejemplo, comienzan una clase de matemática reponiendo o recuperando el trabajo de clases anteriores mediante preguntas abiertas y dirigidas a los estudiantes. No se trata sólo de activar al inicio de la

clase lo que los estudiantes ya saben en relación al contenido a trabajar, también es una práctica útil en el transcurso de ésta, ya sea recuperando o conectando esos conocimientos con una tarea o pregunta específica.

***Frente al error o a las dudas del estudiante, el docente devuelve responsabilidad.***

En la literatura especializada referida a la enseñanza y el aprendizaje de contenidos específicos, el error de un estudiante es considerado como una instancia de alto valor formativo pues permite explicitar y discutir concepciones y saberes que poseen los estudiantes así como también permite reflexionar sobre las vías o salidas posibles para enfrentarlos. En esta misma línea, encontramos variadas buenas maneras de utilizar el error o una dificultad de los estudiantes como estrategia pedagógica. Destacamos el accionar docentes que piden a los alumnos *comprobar* un resultado, solicitan una *justificación* de su razonamiento, guardan silencio o *hacen una pausa* dejando un tiempo para que el propio estudiante analice su respuesta, o *expresa sus dudas* a modo de contra-argumentación, o bien pidiendo la *ayuda de otro estudiante* para que analice la respuesta de su compañero. Todas ellas son prácticas en las que, al ser requerido por un estudiante, el profesor responde con una nueva pregunta o con una pequeña guía, devolviendo a los estudiantes la responsabilidad de construir, desarrollar o descubrir.

***Impulsa que la validación del saber sea producto de la actividad matemática y/o de los propios estudiantes (no de la "autoridad" docente).***

Tal como fuera dicho en la primera parte del análisis, no da lo mismo quién y cómo se determina cuándo y por qué una respuesta o un desarrollo está acertada y resuelve lo requerido. Destacamos docentes observados que muestran una particular capacidad de compartir dicho poder, devolviendo la responsabilidad de validar las respuestas que entregan los estudiantes, de permitir que los mismos estudiantes validen la respuesta dada por un compañero, en el sentido de que si ésta era o no acertada. En otras palabras, la validación del saber la realizan los propios estudiantes y así los docentes favorecen el intercambio entre estudiantes con propósitos de aprendizaje matemático. Este tipo de dinámicas propicia la autonomía del que aprende, a diferencia de los casos descritos en la primera parte, donde más bien se genera una dependencia a la confirmación del profesor y se inhiben capacidades fundamentales para la RP.

***Promueve la resolución de tareas no rutinarias con foco en las estrategias de abordaje y la diversidad de respuestas.***

Fuertemente vinculado a los cuatro rasgos mencionados previamente, emerge una quinta característica que conviene destacar de entre las prácticas pedagógicas observadas. Proponer actividades, ejercicios, problemas no rutinarios, ante los cuales los estudiantes no poseen estrategias definidas previamente para resolver la actividad. Observamos tareas propuestas intencionalmente por los docentes en las que los estudiantes manifiestan sorpresa y dudas que van más allá de lo procedimental y que permiten la aparición de diversas estrategias y/o soluciones que son discutidas colectivamente.

**Conclusiones.**

Los hallazgos reseñados reflejan una heterogeneidad en las prácticas pedagógicas incluso entre docentes egresados de un mismo PFI. Las prácticas pedagógicas de los docentes se acercan o alejan al enfoque de RP en función de tres aspectos: a) la naturaleza o tipo de pregunta que realiza el profesor a los estudiantes; b) su reacción cuando detecta en ellos un error y c) quién y de qué modo se confirma el saber en el aula. La corrección del error indicando la respuesta correcta es una práctica muy común entre los docentes observados. También la presencia de preguntas que no son preguntas sino más bien formas de confirmar lo que se afirmó previamente. Pensamos que en esas prácticas subyace una concepción de la matemática como algo unívoco, estable, objetivo, con escasos espacios para la incertidumbre y la creatividad. Sin embargo, como lo

destacamos en la segunda parte de este análisis, también hay profesores y profesoras cuyas prácticas pedagógicas se abren a formas innovadoras de interactuar en el aula. Los distinguen sus preguntas complejas, que obligan a establecer relaciones; el modo en que devuelven la responsabilidad a sus estudiantes cuando ellos tienen una duda o se equivocan y permiten que lo correcto o incorrecto sea establecido y validado no por la autoridad del saber docente sino por la colaboración y discusión de los propios estudiantes y teniendo en cuenta las condiciones de la actividad matemática que realizan.

## 6 RESULTADOS: LOS DOCENTES COMO RESOLUTORES DE PROBLEMAS.

El análisis de la competencia de los docentes como resolutores de problemas (objetivo 2) se hizo a partir de los datos recolectados en el Taller de RP (sección 4). Las variables a considerar en el análisis son: grado de coincidencia entre el concepto de *problema* que reflejan las respuestas de los docentes y el indicado en el marco conceptual (sección 3); puntuación asignada al proceso de resolución de las actividades del Taller bajo los criterios del marco conceptual (NOT); autoevaluación de los docentes de su proceso de resolución de las actividades (AUNOT y AUNOTTEO) y identificación de instancias similares a las del Taller en sus programas de formación inicial (LMAT, GLMAT, LDID, GLDID). El análisis se presenta dividido en 3 subsecciones relacionadas con la concepción de problema de los docentes, su desempeño como resolutores y las oportunidades de desarrollo como resolutores de problemas que recuerdan haber tenido durante su formación inicial.

**Concepción de problema.** En el cuestionario 1 del Taller se pregunta a los docentes qué es para ellos un problema y se les pide que indiquen tres características que creen que una actividad debe tener para ser un problema. A partir de sus respuestas y tomando en cuenta el marco conceptual, se identificaron una serie de ideas que los docentes utilizan para describir qué es un problema. Estas dieron lugar a 5 puntuaciones para definir el grado de coincidencia entre el concepto de *problema* que reflejan las respuestas de los docentes y el que guía nuestra investigación y que están relacionadas con: descripción general, rol de la RP en la matemática, rol del resolutor, contexto en que se plantee la actividad y número de soluciones.

A modo de ejemplo presentamos la respuesta de un docente a quién se le asignó un 4. Se marcan en rojo las expresiones que dieron lugar a esa puntuación y que están relacionadas con la descripción general, mencionar que hay que aplicar conocimientos matemáticos, buscar estrategias y considerar la figura del resolutor.

> *Un problema corresponde a una situación que no es posible de resolver directamente con los conocimientos de los que se dispone. Se pueden distinguir dos tipos de problemas aquellos que se pueden resolver reordenando o acomodando los conocimientos que se tienen y aquellos que no son posibles de resolver con los conocimientos actuales. En caso de poder resolver la situación directamente podemos decir que se trata de una tarea.*
> *[El sujeto que lo enfrenta] Debe tener los conocimientos previos necesarios para construir o diseñar alguna estrategia que de respuesta a la situación.*
> *No debe ser posible resolverlo de forma directa.*
> *Debe estar en un lenguaje acorde al nivel del lector.*

*Ejemplo 6.2: Concepto de problema de un docente a quién se le asignó un 4.*

Aproximadamente la mitad de los docentes presenta un grado de coincidencia igual o superior a 3, lo que indica que las características que asocia al concepto de problema coinciden con al menos la mitad de las consideradas en nuestro marco. Dos de los

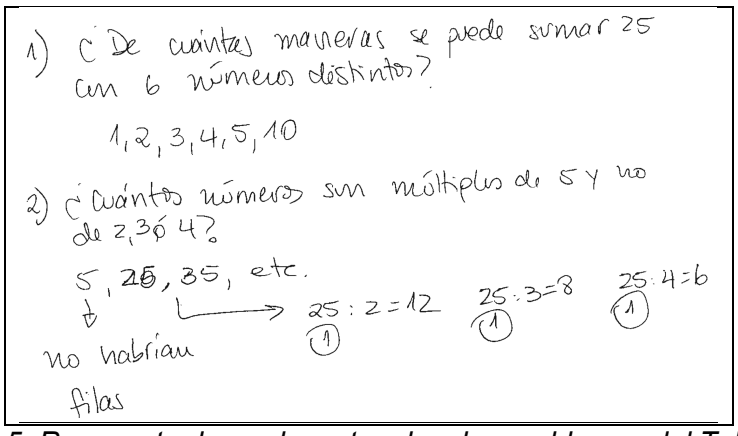
elementos principales del concepto de problema en que se basa esta investigación son: considerar la importancia de la figura del resolutor y tener en cuenta que no es relevante el contexto en que se presente la actividad, en cuanto a que el enunciado haga referencia a una situación "real" o puramente matemática. Sólo 16 docentes hicieron referencia a la figura del resolutor en su descripción de qué es un problema y 6 docentes hacen alusión a que el contexto en que se presente la actividad no es relevante, 14 no indican nada al respecto y 10 señalan que tiene que tener un contexto específico, generalmente "real".

**Desempeño como resolutor de problemas.** El desempeño como resolutor de los docentes de la muestra se mira asignando 3 puntuaciones, entre 1 y 7, a cada profesor. Dos son autoevaluaciones del proceso de resolución de las actividades del Taller, una en función de sus propios criterios (AUNOT) y otra de criterios relacionados a la concepción de RP del proyecto (AUNOTTEO). La tercera puntuación (NOT) se asignó considerando las respuestas al problema *El Tragamonedas* considerando las siguientes situaciones: encontrar una solución, plantearse la existencia de más soluciones, obtener más de una, utilizar varias estrategias de resolución y encontrar una solución general. Cada una de estas situaciones se evaluó con 0/1, indicando presencia/ausencia, se sumaron los valores y se calculó una nota en la escala de 1 a 7. El promedio de NOT de los docentes es de 3,7; el 33% no se plantea la existencia de más de una solución, el 50% obtiene más de una solución y sólo dos profesores llegaron a obtener todas las soluciones del problema (Tabla 6.3).

| Concepto | U1 | U2 | U3 | TOTAL |
|---|---|---|---|---|
| Encuentra una solución | 10 | 10 | 10 | 30 |
| Se plantea la existencia de más de una solución | 10 | 7 | 3 | 20 |
| Obtiene más de una solución | 8 | 4 | 3 | 15 |
| Obtiene todas las soluciones | 2 | 0 | 0 | 2 |
| Utiliza distintas estrategias en caso necesario | 5 | 5 | 3 | 13 |

*Tabla 6.3: Resumen del desempeño de los docentes como resolutores según* NOT.

También se encontró que la autoevaluación de la mayoría de los docentes (24) está muy por encima de la puntuación que el equipo de investigación asignó. La puntuación promedio de los docentes fue de 3.7 (NOT) y sus autoevaluaciones tuvieron un promedio de 5.6 y 5.8, bajo sus criterios (AUNOT) y bajo los teóricos (AUNOTTEO), respectivamente. En dos casos esta diferencia es máxima, los docentes se autoevalúan con la nota máxima, mientras que según nuestro modelo obtienen la mínima puntuación puesto que encuentran una solución y no se plantean la existencia de otra (Ejemplo 6.5).




*Ejemplo 6.5: Respuesta de un docente a los dos problemas del Taller de RP.*

**Oportunidades de desarrollo como resolutor de problemas durante la formación inicial.** Los cuestionarios 2A y 3 del Taller recopilan información sobre los ramos en los que los docentes recuerdan haber trabajado en actividades análogas a las del Taller. Se les pedía indicar si habían trabajado de forma similar en los cursos de matemática, de metodología o didáctica, en sus prácticas profesionales, etc. Las respuestas se codificaron de 0 a 4 según respondieran en el rango de "nunca" a "muchas veces". En esta sección se consideran únicamente las variables LMAT, GLMAT, LDID y GLDID, que hacen referencia a los cursos de matemática y didáctica en los que los docentes de la muestra recuerdan haber trabajado RP y en los que trabajaron en grupo.

La mayoría de los docentes señalan que tuvieron pocas o ninguna oportunidad tanto de trabajar problemas como los del Taller como de trabajar en grupo. Los docentes que reportan menos oportunidades de trabajar en actividades como las del Taller son los de U3; los de U2, las pocas oportunidades que tuvieron fueron principalmente en los cursos de didáctica y los de U1 en los cursos de matemática. Esto refleja la diversidad entre los tres programas de formación docente considerados en la investigación. En cuanto al trabajo en grupo, los egresados de U2 recuerdan haber trabajado con esta dinámica en los cursos de matemática y en los de didáctica; mientras que los egresados de U1 y U3 recuerdan pocas instancias de trabajo en grupo, las que fueron principalmente en cursos de matemática.

**Conclusión.**

La información recolectada a partir del Taller de RP muestra que el concepto de *problema* que tienen los docentes que participaron en esta investigación difiere del utilizado en el marco conceptual, principalmente en lo relacionado con la importancia de considerar la figura del resolutor para establecer si una actividad matemática es un problema o un ejercicio y con el hecho de que el contexto en que se plantee la actividad no determina si la actividad es un problema o no. La mayoría de estos docentes asocian el concepto de problema con un desafío en el que las matemáticas se utilizan como herramienta para resolverlos, sin embargo, algunos consideran que los problemas se utilizan para "ejercitar" los contenidos matemáticos, idea que se aleja de la concepción utilizada en esta investigación y en las Bases Curriculares (Mineduc, 2012; 2013).

En cuanto al comportamiento de los docentes de la muestra como resolutores de problemas, los datos reflejan que un número considerable de docentes se conforman con obtener una única respuesta al problema, sin plantearse la búsqueda de más de una solución. También se observan ciertas limitaciones en la búsqueda y el uso de diversas estrategias de resolución. Estos mismos docentes evalúan su propio desempeño con

puntuaciones altas, lo que podría interpretarse como que realmente consideran que, una vez obtenida una solución a un problema, no es necesario buscar más.
Una posible explicación a este fenómeno podría encontrarse en las oportunidades que estos docentes han tenido de trabajar la resolución de problemas durante su formación inicial, puesto que ellos mismos manifiestan que en pocas ocasiones, durante su formación inicial, trabajaron actividades análogas a las presentadas en el Taller de RP. Sin embargo, como se verá en la sección 7, en muchos de los programas de los cursos analizados aparece la expresión "resolución de problemas" entre los objetivos, contenidos e incluso en la metodología, especialmente en los correspondientes a la universidad U3. Esto hace pensar en la necesidad de realizar un estudio más profundo acerca de las características de esos cursos, cómo se concibe la RP en ellos y cómo se trabaja en el desarrollo de las actividades matemáticas.

## 7 RESULTADOS: LOS PROGRAMAS DE FORMACIÓN INICIAL DOCENTE.

En esta sección abordamos parte del Objetivo 3, mediante el estudio de las mallas curriculares y de los programas de cursos de las tres universidades consideradas. Nuestro propósito es determinar qué están aprendiendo los futuros profesores; cuánto hay de matemática escolar y cuánto de contenidos más avanzados; cuál es el énfasis que se le da a la didáctica; cuáles son los tópicos que aparecen con mayor frecuencia; y especialmente cuál es el énfasis de la RP.

**7. 1 Análisis de las mallas.** Para el análisis de las mallas distinguieron cinco grupos de asignaturas: matemática, ciencias exactas, didáctica, prácticas y otros. En el gráfico 7.1 se puede ver el resultado de este conteo. La cantidad total de cursos que tienen las mallas varía mucho según la carrera y también la cantidad de contenidos que tienen los cursos y las unidades docentes dedicadas, por lo que la comparación debe hacerse con precaución. El principal objetivo de este gráfico es comparar la proporción entre los distintos tipos de curso para cada programa. Se observa que las proporciones entre los cursos son bastante dispares en las distintas universidades. El porcentaje de cursos de matemática varía de menos de 20% a más de 50%. Los cursos de didáctica también tiene diferencias importantes. Un factor que compensa un poco la diferencia en la cantidad de cursos de matemática es la presencia de cursos de ciencias exactas, la cual es bastante importante en uno de los programas considerados. Esta observación es importante ya que los cursos de ciencias exactas están muy relacionados con la matemática y en estos podría haber presencia de RP.

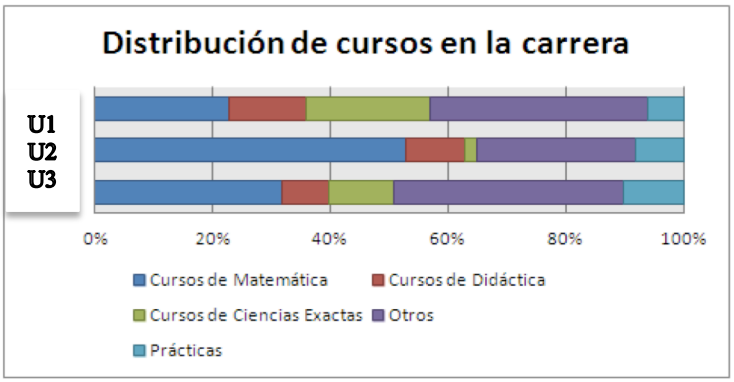


Gráfico 7.1

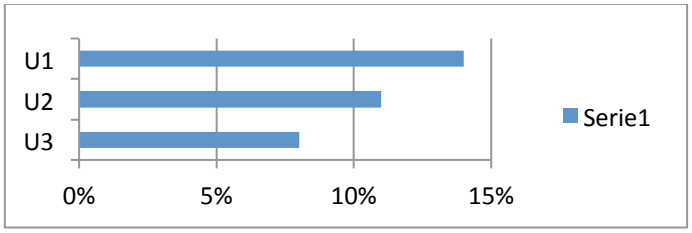



*Gráfico 7.2. Porcentaje de cursos de didáctica.*

En el gráfico 7.2, se muestra el porcentaje de cursos de didáctica de cada programa. Podemos ver que hay variaciones importantes entre las universidades.

**7.2 Análisis de los programas de cursos.** Se estudian los programas vigentes el año 2012. Se ha hecho un análisis de los tópicos que se abordan en los cursos de matemática y para ello se identificaron, dentro de los cursos de matemática los distintos tópicos que aborda cada universidad. Se observa que, en general, los temas más relacionados con el currículo escolar son abordados por la mayoría de las carreras, mientras que para los otros la cantidad es muy variable. Por ejemplo, sólo dos ven combinatoria, pero todas ven cálculo.

La presencia de RP en los programas de los cursos de cada carrera es una forma de ver la incidencia de este tema en la formación. Se revisó que en los programas apareciera el concepto "resolución de problemas" o algo relacionado, por ejemplo, "se resolverán guías de ejercicios". No se tuvo en consideración la frase "Nº de horas semanales: 8 (4 Teoría – 4 Ejercicios)", para contabilizar RP es decir, si en el programa aparece esa referencia a ejercicios, esta no se contabiliza.

La siguiente tabla muestra la cantidad de cursos que incluyen el concepto RP en sus programas. Se ha especificado si esto aparece en el nombre del curso, los objetivos, los contenidos, la metodología o la evaluación. En muchos casos los cursos lo incluyen en más de uno de los aspectos antes mencionados.

| | Nombre | Objetivos | Contenidos | Metodología | Evaluación |
|---|---|---|---|---|---|
| U1 | 0 | 2 | 1 | 0 | 0 |
| U2 | 0 | 5 | 3 | 6 | 0 |
| U3 | 0 | 10 | 1 | 5 | 0 |
| promedio | 0 | 5,7 | 1,7 | 3,7 | 0 |

*Tabla 7.3. Apariciones de Resolución de Problemas en los programas de cursos.*

Se debe observar que en los programas de la U3, en distintos cursos aparecen párrafos idénticos, que sugieren haber sido redactados a partir de un "programa genérico". Esto hace que aparezca muchas veces la resolución de problemas en alguna de las categorías. Específicamente, en muchos de los programas, se puede leer la frase "Resolución de problemas propuestos en forma individual y grupal" en la parte de "Estrategias para el desarrollo de las competencias". Este hecho hace dudar acerca de la relación entre los programas de los cursos y cómo se desarrollan realmente en la práctica. Se observa que U1 está muy por debajo de las otras dos en la presencia de RP en los programas de sus cursos (2 en objetivos y 1 en contenidos). Las otras incluyen RP en objetivos, contenidos y metodología. Como ya se mencionó anteriormente, esta información es la que se puede obtener directamente de los programas y no necesariamente representa lo que ocurre en las aulas. De hecho, la presencia de RP en un curso puede estar fuertemente asociada al profesor/a que dicte el curso. Este hecho es más difícil de conocer, pero es un problema interesante de estudiar de manera

sistemática en nuestras universidades.

**Conclusión**

La conclusión es que en las universidades analizadas, hay presencia del término *resolución de problemas* en cerca de 6 cursos en los objetivos y en cerca de 4 cursos en metodología. Esta conclusión preliminar debe ser corroborada con información de otras instancias de la investigación, pues hay cierta inconsistencia en la relación entre esta información y la práctica en aula de los docentes de la muestra.

## 8 RESULTADOS: EXPLORANDO RELACIONES ENTRE FORMACIÓN INICIAL, PRÁCTICA DOCENTE Y COMPETENCIA EN RP

En esta sección se presenta el análisis de los datos para abordar el Objetivo 4: Explorar relaciones entre las instancias que ofrecen los programas de formación inicial, la práctica pedagógica de los docentes noveles y su competencia en relación a la RP. Dichos datos se han obtenido a partir de los instrumentos utilizados para los otros tres objetivos de la investigación, a los que se añaden los datos obtenidos a partir de la ERS (sección 4).

En primer lugar presentamos la estrategia de análisis de la ERS basada en la técnica de Análisis Semántico Latente (Landauer et al., 1998), que nos permitirá tener una primera aproximación a estos valiosos datos obtenidos en el proyecto. Se ha optado por este análisis en vista del gran volumen de información (cerca de 900 páginas) y de los tiempos disponibles esta etapa. En una segunda etapa de análisis se realizará un estudio cualitativo y se integrarán los resultados. En segundo lugar presentamos los resultados de dicho análisis, tanto los que se obtienen del análisis de frecuencias como del ASL propiamente tal, a partir de la descomposición de las matrices de frecuencias. En tercer lugar, realizamos un análisis de correlaciones y de regresión utilizando datos extraídos de los distintos instrumentos de levantamiento de datos con el objetivo de explorar relaciones entre estos. Finalmente se presentan las principales conclusiones sobre la exploración de relaciones entre formación inicial, las prácticas pedagógicas y la competencia en RP.

### 8.1 Análisis Semántico Latente (ASL).

El Análisis Semántico Latente (ASL), permite comparar documentos (entrevistas de profesores) y definir conceptos a partir de los términos usados en cada documento y esto para un volumen grande de datos. El ASL es una técnica matemático/estadística para extraer y deducir relaciones de uso contextual, entre palabras de documentos o pasajes de discurso; utiliza diccionarios construidos automáticamente y toma como entrada el texto, considerado sólo como una secuencia de palabras, que son la única unidad, y separado en pasajes significativos, oraciones o párrafos. El primer paso consiste en representar el texto como una matriz en la que cada fila representa una palabra o término y cada columna representa un documento o pasaje de texto. Cada entrada de la matriz contiene la frecuencia con que la palabra de la fila aparece en el documento que indica la columna, esta matriz a menudo se anota como Tf (*Term frequency*). A continuación, las entradas de la matriz se pueden someter a una transformación preliminar que pondera cada frecuencia por una función (usualmente logarítmica) que expresa el grado en que la palabra lleva información en el discurso en general. La matriz transformada se llama usualmente Tf-Idf (*Term frequency-Inverse document frequency*)(Landauer et al. 1998)

Con las matrices Tf y Tf-Idf es posible realizar comparaciones entre documentos y búsquedas en los documentos, se pueden recuperar palabras o conjuntos de palabras. La idea básica es que la relevancia de un documento frente a un patrón, representado por un vector, puede calcularse usando el coseno del ángulo entre el documento (su vector columna asociado en la matriz) y el vector que define el patrón. La comparación entre dos documentos se realiza de la misma forma, de modo que dos documentos estarán más cercanos si el coseno del ángulo entre ellos es menor.

**8.2 Análisis de las ERS utilizando ASL.**

Para el ASL, en primer lugar se procedió a sacar de las 30 ERS las palabras no significativas (preposiciones, artículos, etc.). En segundo lugar se realizó el proceso de *stemming,* que consiste en agrupar clases de palabras con la misma raíz, definiendo un diccionario de términos a utilizar en el análisis, el que fue depurado manualmente. Con esta información se construyeron las matrices Tf y Tf-Idf para cada entrevista completa y se generaron matrices análogas asociadas a cada una de las tres dimensiones de la ERS (sección 4.2): resolutor de problemas y formación inicial (D1), práctica pedagógica y formación inicial (D2) y programa de formación inicial (D3). En lo que sigue presentamos los resultados exploratorios obtenidos y posibles extensiones y sugerencias de estudios adicionales.

**Frecuencias Tf-Idf.**

La matrices TF y Tf-Idf permiten tener una primera información sobre las frecuencias de los términos que son usados por los profesores. Usando los 40 términos más frecuentes de cada una de las tres dimensiones de las ERS (según Tf-Idf), se pueden determinar aquellos términos que sólo aparecen en una dimensión y así la caracterizan; resultan ser cerca de 30 en cada dimensión, que no reportamos por espacio. En la siguiente tabla se muestran algunos ejemplos de los términos que caracterizan cada dimensión. En D1 se pueden reconocer términos relacionados con la RP, en la D2 relacionados con prácticas pedagógicas y en D3 con la formación inicial. Esto concuerda con las características principales que cada una de las dimensiones tiene, por construcción.

| | |
|---|---|
| D1 | *algoritmo, ejercici, conflict, contex, aplic, dat, discut, dibuj, mecan* |
| D2 | *numer, particip, fraccion, habil, log, tare, defini, materi, ayud, semestr, taller, teorem, algebr, experient* |
| D3 | *geometr, profesor1U3a, preparar, pedagogi, teori, leer, profesor1U3b, lib, educ, exig* |

Los términos *profesor1U3a* y *profesor1U3b* corresponden al nombre y apellido de un profesor de la universidad U3. El término *experient* es una raíz que representa a las palabras como experiencia, experiencias, etc.

**Análisis de cosenos.**

Se realizó un análisis de cosenos para explorar similitudes entre los profesores, en la búsqueda de una cultura común reflejada en los términos que usan en la entrevista.

En la tabla de similitud de profesores, en cada fila se van contabilizando de qué universidad son los tres profesores más cercanos a cada uno de los profesores de la universidad a la que corresponde la fila. Por ejemplo, tomando cada uno de los 10 profesores de U1 y calculando sus tres más cercanos, de los 30 datos obtenidos se observa que 17 son de U1, 9 son de U2 y 4 son de U3. Esta dispersión podría interpretarse como una cierta falta de identidad cultural, que ocurre menos en U2 y U3, donde la mayoría de los profesores más cercanos pertenecen a la misma universidad. Al hacer este análisis para cada dimensión de la ERS se ve que D3 es la que más distingue a los profesores, que es la parte de la entrevista donde se pregunta sobre la formación inicial de manera directa. Además se aprecia que nuevamente U2 y U3 presenta mayor coherencia interna en cada una de las dimensiones y la U1 es la que consistentemente muestra menor coherencia, que podría interpretarse

| Universidad | U1 | U2 | U3 | Cohesión |
|---|---|---|---|---|
| U1 | 17 | 9 | 4 | 57% |
| U2 | 1 | 24 | 5 | 80% |
| U3 | 1 | 4 | 25 | 83% |

como se mencionó antes como una menor identidad cultural. Sería interesante encontrar otros índices de identidad cultural que pudieran corroborar o refutar estas apreciaciones.

**Reducción de dimensiones ASL en el espacio profesores/profesores.**

En primer lugar es necesario hacer notar que en la reducción profesor/profesor la primera dimensión[10] o eje, que denominamos E1, genera un eje asociado a la extensión de los documentos bajo análisis (Hu et al., 2003). Por esta razón se realiza el análisis gráfico considerando los ejes E2 y E3, eliminando el efecto del eje E1.

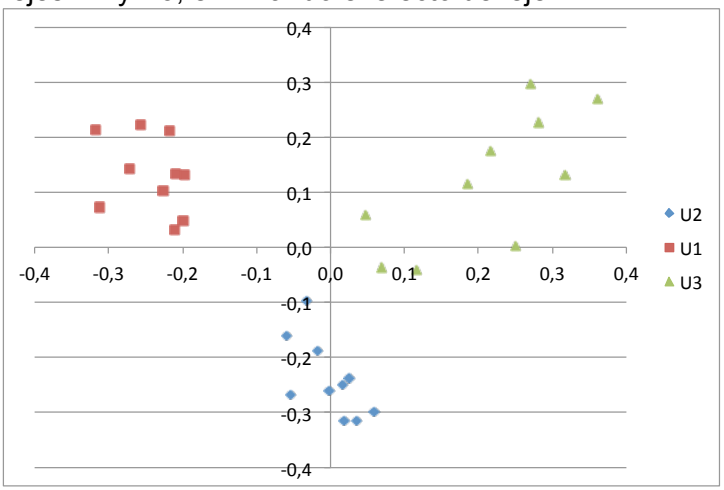



*Gráfico 8.1 Profesor/profesor en ejes E2(x) y E3(y) para la ERS completa*.

Se puede observar que los profesores se distinguen y agrupan claramente por universidad (aquí los 3 valores propios más grandes son 2.12, 1.08, 1.06 y el valor menor es 0.84). Se ha realizado una reducción 2-dimensional similar, pero considerando solo los textos de cada una de las dimensiones de la ERS. Una inspección de esos tres gráficos, que no reportamos por espacio, permite visualizar una aglomeración de los profesores con mayor nitidez, considerando la universidad en la cual estudiaron, en el caso de la D3 (formación inicial) seguida con menor nitidez de D1 (RP y formación inicial). En el caso de la D2 no se observa ninguna aglomeración evidente. En la búsqueda de una causa para este fenómeno se realizó una revisión de los 300 términos más importantes que definen los ejes E2 y E3 de cada una de la proyecciones. En un primer análisis de dichos términos se observó la presencia de nombres de profesores de las distintas universidades, en las proporciones indicadas en la tabla 8.2. Resulta que el número de profesores que se encontraron en cada dimensión es proporcional al grado de nitidez de la formación de aglomerados mencionada arriba. definición de los grupos.

| | ERS completa | Dimensión 1 | Dimensión 2 | Dimensión 3 |
|---|---|---|---|---|
| Nº de profesores | 43 | 16 | 9 | 38 |

*Tabla 8.2. Número de profesores nombrados.*

Esto sugiere que son los términos asociados a los nombres y apellidos de profesores los que están determinando los ejes, pero debería tenerse evidencia adicional para poder afirmarlo.

Cuando se considera el foco de la ERS completa y el de cada una de sus dimensiones, se podría decir que aquella que tiene a la formación inicial como único foco es la que más agrupa por universidades. En D1 y D2 se presentan situaciones y se hacen consultas a

[10] En esta sección nos referiremos en varias oportunidades a la dimensión geométrica de las reducciones de información que se realiza en ALS, la que no debe confundirse con las tres 'dimensiones' en que se ha dividido la ERS.

los docentes sobre lo que hacen, para luego consultar ¿de dónde viene? ¿hubo cursos donde se hizo algo similar? y otras similares. Es interesante notar que en D2 hay una mención menor de profesores que en D1, lo que podría explicarse por el hecho que en la primera *situación* de la D1 se hace referencia a un profesor que había sido mencionado en la plenaria del taller RP. Sin embargo, dado ese mismo hecho, y frente a la indagación del origen de la forma de enseñar, no hay mayores referencias a profesores. Esto podría estar indicando una baja relación entre la formación inicial y las prácticas pedagógicas de los docentes de la muestra. El análisis anterior sugiere la necesidad de buscar mayores evidencias para avalarlo o rechazarlo. Estas evidencias se pueden buscar por un lado analizando con mayor detalle los términos que definen los ejes y considerando la proyección en dimensiones superiores con técnicas de clustering. Y por otro lado mediante un análisis cualitativo de las entrevistas.

**8.3 Análisis de Correlaciones y de Regresión.**

Se calcularon las correlaciones de todas las variables involucradas en el estudio y se procedió a elegir solo aquellas que cruzan dos aspectos del estudio, que tienen significación sobre el 5% y que son interpretables a la luz de los datos. En primer lugar se encontró que la percepción de los docentes sobre su desempeño en el taller de RP a través de la autoevaluación de su trabajo resolviendo problemas y en grupo (AUNOTTEO y GAUNOT) se correlaciona negativamente con los tiempos de trabajo individual (TI) de los escolares en las aulas observadas y positivamente con el tiempo de trabajo en grupo TG. Por otro lado, los reportes de los docentes sobre el grado de incorporación de trabajo en grupo y de resolución de problemas en sus cursos de matemática y didáctica (GLMAT, GLDID y LDID) están correlacionadas positivamente con TGC y PDR y negativamente con NR, lo cual podría estar mostrando una relación entre la práctica pedagógica que promueve el desarrollo de la RP y la formación inicial. Finalmente se estudió la correlación entre una variable definida a partir de la ERS que mide el grado de incidencia de los Conceptos Matemáticos en la ERS y se vió que se correlaciona positivamente con TI y negativamente con TG y NR. Esta exploración de relaciones entre los tres aspectos importantes de nuestro estudio abre naturalmente preguntas que sería muy interesante indagar en otros estudios focalizados ¿cómo incide en la forma de enseñar la forma en que los docentes han recibido la matemática en su formación inicial? ¿puede la incorporación de la RP en algunos cursos de matemática y de didáctica tener un efecto en las oportunidades de resolver problemas que los docentes brindan a sus estudiantes?

Se realizó un análisis de regresión con el objeto de explicar variables de la práctica docente con las otras variables del estudio, incluyendo obtenidas del cuestionario inicial, las variables emanadas del taller RP y ocho variables que se definieron a partir de la frecuencia de uso de términos asociados a conceptos en la ERS. Estas 8 variables están asociadas a los cuatro conceptos: Resolución de Problemas, Práctica Docente, Conceptos Matemáticos y Formación Inicial, de a pares según se use la frecuencia Tf e Tf-idf. Mediante un algoritmo *Backward Selection Regression,* que utiliza criterios de significación t, de ajuste $R^2$ modificado y Anova y que elimina progresivamente variables hasta obtener una regresión que mejor ajusta la variable a explicar en función de las otras, se seleccionaron las variables de la pauta de observación de clases mejor explicadas: ID, TG, PES y PHP. Aún cuando el $R^2$ modificado y la significación de los coeficientes es buena, no aventuramos una interpretación de los coeficientes de las regresiones, pues en el corto período de análisis no se han podido realizar otras combinaciones de variables, seleccionar variables categóricas, depurar las definiciones de las variables provenientes de la ERS, mejorando significado y definiendo otras, etc. Lo que sí se puede observar cuando se comparan los resultados en paralelo de ID y TG que son variables de dinámica de clase opuestas en cuanto a promover el desarrollo de la

habilidad de RP y las variables PES y PHP que se encuentran en una relación similar, las variables explicativas de las regresiones comunes a ID y TG por un lado, y PES y PHP por otra, muestran coeficientes de signo contrario. Esto representa una medida de coherencia entre los datos provenientes de los distintos aspectos de la investigación. Un hecho curioso que requiere un mayor análisis ocurre entre un par de variables Tf y Tfidf cuando se repiten en una misma regresión. Estas vienen con signo distinto (excepto en un caso). Esto podría ser explicado por el hecho que palabras que tienen una muy grande frecuencia Tf en general tienden a ser usadas por muchos docentes y entonces por efectos de la corrección logarítmica tienen un muy menor frecuencia Tfidf.

**Conclusiones.**

En esta sección hemos descrito el análisis realizado para explorar las relaciones entre los programas de formación inicial de profesores, el conocimiento que el profesor tiene de la materia que enseña y sus prácticas pedagógicas, todo ello en relación a la resolución de problemas. Este análisis exploratorio, realizado dentro de los límites de tiempo de esta investigación, muestra una enorme riqueza de la información recopilada, la que sugiere la existencia de relaciones todavía no aparentes y que deben ser exploradas para su publicación definitiva. Además, los resultados ya sugieren otros estudios que pueden enriquecer más el conocimientos sobre estos importantes aspectos.

En cuanto a la profundización de la exploración aquí iniciada tenemos.

Análisis cuantitativo: Definición de segmentos de las ERS (dimensiones) y ASL con dichos segmentos. Estudio de proyecciones ASL en dimensiones mayores y definición de aglomerados. Refinamiento de las variables RP, PP, CM y FI y estudio de sus consecuencias en las correlaciones y regresiones. Definición de nuevas variables. Análisis más detallado de regresiones considerando otras combinaciones de variables y la introducción de nuevas variables de la ERS.

Análisis cualitativo: Añadir más casos al análisis cualitativo de las prácticas pedagógicas. Análisis cualitativo de segmentos de la ERS y de las ERS completas. Estudio de casos que integre los datos de los tres aspectos de esta investigación.

## 9 CONCLUSIONES DE LA INVESTIGACIÓN.

A partir de esta investigación, los datos recolectados y su análisis, se pueden extraer varias conclusiones acerca de los conocimientos disciplinares de los profesores de la muestra, sus prácticas pedagógicas y sus programas de formación inicial, en relación con la resolución de problemas. Esto permite explorar y entender mejor las relaciones que pueden existir entre la formación universitaria que reciben los docentes, su competencia disciplinar y pedagógica. Es importante hacer notar que si bien esta investigación se centra en la disciplina de matemática, y específicamente en resolución de problemas, numerosos aspectos de ella tienen importancia muchos más allá de este foco. Nos referimos a la resolución de problemas como una habilidad a desarrollar en los estudiantes y a prácticas pedagógicas que la promueven, en la medida que permite desarrollar habilidades cognitivas superiores y está fuertemente ligada a la motivación y el desarrollo intelectual. Las prácticas pedagógicas analizadas aquí, como uso de preguntas, devolución de la responsabilidad, uso del error y otras, son prácticas transversales. Desde este punto de vista, sería interesante la realización de estudios similares para conocer el estado de otras habilidades en matemática y en otros sectores de aprendizaje, como ciencias sociales, lenguaje y ciencias. El contexto de esta investigación está marcado por una creciente importancia de la resolución de problemas en la matemática escolar, expresada en las Bases Curriculares.

1. En general se observa que los docentes de la muestra tienen un concepto de *problema* que, en algunos aspectos, se aleja de la concepción utilizada en el marco de

esta investigación y que es cercana a la considerada en las Bases Curriculares. Pocos docentes consideran la figura del resolutor a la hora de identificar una actividad matemática como un problema o como un ejercicio y frente a la resolución de problemas con múltiples soluciones los docentes presentan limitaciones en el uso de heurísticas y un número considerable de ellos cree resolver un problema cuando encuentra una solución o sólo algunas, sin plantearse encontrarlas todas.

2. Una de las causas que podrían explicar lo mencionado en el punto 1 está en relación con el programa de formación inicial de estos docentes. La mayoría de los profesores de la muestra señalan que tuvieron pocas o ninguna oportunidad de trabajar actividades como las que se les plantearon durante el Taller de RP, así como de trabajar en grupo. Este hecho lo señalan tanto al preguntarles acerca de los cursos de matemática que recibieron, como al preguntarles acerca de los cursos relacionados con metodología o didáctica. Esto permite pensar que, durante su formación, los docentes de la muestra también tuvieron pocas oportunidades de reflexionar acerca de cómo introducir la resolución de problemas en el contexto de la enseñanza de la matemática escolar.
3. Lo anterior concuerda con lo observado en las prácticas pedagógicas, que refleja que, en general, los docentes de la muestra ofrecen pocas oportunidades para que sus estudiantes se desarrollen como resolutores de problemas, ya que la mayor parte de las actividades matemáticas que les proponen son tratadas como ejercicios y no como problemas y se deja poco espacio para que sean ellos mismos los protagonistas de las actividades, enfrentando la matemática de manera autónoma.
4. No obstante lo anterior, resaltan una variedad de prácticas pedagógicas observadas en las clases de algunos docentes de la muestra, las que promueven el desarrollo de los estudiantes como resolutores de problemas,. Estas prácticas muestran el uso de preguntas, aprovechan el error y promueven la discusión matemática estimulando el desarrollo de la autonomía en el conocimiento. Si bien estas prácticas no cubren una variedad exhaustiva ni están todas presentes en los profesores observados, se considera importante destacarlas y que tanto los docentes como los formadores de profesores las conozcan y reflexionen sobre ellas.

## 10. RECOMENDACIONES PARA LAS POLÍTICAS PÚBLICAS.

Las recomendaciones para las políticas públicas que emanan de esta investigación están en el ámbito de la formación inicial y continua de profesores, de la evaluación de los aprendizajes escolares y sus consecuencias en las prácticas pedagógicas.

1. En cuanto a la formación inicial se recomienda que las universidades incorporen con mayor énfasis instancias en las que se reflexione acerca de la importancia del desarrollo de las habilidades matemáticas en el aprendizaje de la disciplina, en particular la resolución de problemas. Para ello recomendamos que los programas de formación de profesores ofrezcan a sus estudiantes mayores oportunidades de desarrollar sus propias habilidades para resolver problemas, esto principalmente a través de los cursos de matemática. También se recomienda que se aborde con mayor profundidad la reflexión sobre las prácticas pedagógicas que promueven el desarrollo de dichas habilidades, así como que tengan la oportunidad de poner en práctica distintas estrategias pedagógicas y de analizar lo que resulta de las mismas.
2. Conectado con esto, se recomienda que cualquier esquema de habilitación docente considere la prueba INICIA enriquecida con resolución de problemas en un formato abierto (en el caso de docentes de matemática) y una evaluación de la práctica pedagógica después de un período de ejercicio (dos años). Estas políticas deberían ser acompañadas de cambios profundos en la acreditación de las carreras de

pedagogía y la incorporación de programas de inducción y mentoría para profesores nóveles.

3. En cuanto a la formación continua se recomienda que se privilegien y promuevan cursos y programas que centren sus esfuerzos en dar oportunidades a los profesores para que observen, discutan y pongan en práctica estrategias pedagógicas que promuevan el desarrollo de las habilidades matemáticas, en particular la resolución de problemas.
4. En cuanto a las evaluaciones nacionales de los aprendizajes escolares a través de instrumentos como SIMCE, se recomienda incorporar de manera importante la evaluación de las habilidades matemáticas presentadas en las Bases Curriculares. Esto es posible si se concibe la prueba SIMCE como instrumento orientado a conocer y monitorear el sistema, más allá de las escuelas, pues así se podría pasar de una prueba censal a una prueba de tipo muestral.

**REFERENCIAS**


Alfaro, L. y Gormaz, R. (2009). Análisis comparativo de los resultados chilenos en las pruebas de Matemática SIMCE y PISA. *¿Qué nos dice PISA sobre la educación de los jóvenes en Chile? Nuevos análisis y perspectivas sobre los resultados en PISA 2006*. Unidad de Currículos y Evaluación del Mineduc, 239-260. Chile: Gráfica 7.

Ávalos, B., Carlson, B. & Aylwin, P. (2004). *La inserción de profesores neófitos en el sistema educativo: ¿cuánto sienten que saben y cómo perciben su capacidad docente en relación con las tareas de enseñanza asignadas?* Concurso Nacional de Proyectos Fondecyt Regular 2002, N° 1020218. Santiago de Chile.

Ávalos, B. y Matus, C. (2011). *La Formación Inicial Docente en Chile desde una Óptica Internacional. Informe Nacional del Estudio Internacional IEA TEDS-M (2010).* Santiago: Ministerio de Educación.

Aypay, A. (2009). Teachers' Evaluation of Their Pre-Service Teacher Training. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri/Educational Sciences: Theory&Practice*, 9 (3), 1113-1123.

Ballantyne, J. (2005). *Effectiveness of Preservice Music Teacher Education Programs: Perceptions of Early-Career Music Teachers.* PhD thesis, Queensland University of Technology.

Cisternas, T. (2011). La investigación sobre formación docente en Chile. Territorios explorados e inexplorados. *Calidad en la Educación,* 35, pp. 131-164.

Coskun, A. y Daloglu, A. (2010). Evaluating an English Language Teacher Education Program through Peacock's Model. *Australian Journal of Teacher Education*, 35(6), 24-42.

Creswell, J.W. (2012). *Educational Research. Planning, conducting and evaluating quantitative and qualitative research. 4th ed.* Boston: Pearson.

Darling-Hammond, L. (2006). Assessing Teacher Education : The Usefulness of Multiple Measures for Assessing Program Outcomes. *Journal of Teacher Education*, 57: 120-138.

Eryılmaz, A. y Ubuz, B. (2005). The Perceptions of Pre-service Teachers about the Effectiveness of Pedagogical Courses at 3.5 + 1.5 Teacher Education Program. *ICMI Study 15 Conference*(http://wwwpersonal.umich.edu/~dball/icmistudy15.html), 15-21 May, Brazil.

Espinoza, L., Barbé, J. y Gálvez, G. (2009). Estudio de fenómenos didácticos vinculados a la enseñanza de la aritmética en la educación básica chilena. *Enseñanza de las Ciencias*, 27(2), 157-168.

Flick, U. (2000). Episodic interviewing. En A. M. Bauer y G. Gaskell (Eds.). *Qualitative rearching with text, image and sound – a handbook,* 75-92. London: Sage

Flick, U. (2004). *Introducción a la investigación cualitativa.* Madrid: Ediciones Morata

Franke, M. L., Kazemi, E., & Battey, D. S. (2007). Mathematics teaching and classroom practices. In F. K. Lester Jr. (Ed.), *The second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 225-256). Charlotte, NC: Information Age.

Hu, X., Cai, Z., Franceschetti, D., Penumatsa, P., Graesser, A.C., Louwerse, M.M., McNamara, D.S. and TRG. (2003). *LSA: The first dimension and dimensional weighting*. Proceedings of the 25th Annual Conference of the Cognitive Science Society.

Khan, S. H. y Saeed, M. (2009). Effectiveness of Pre-service Teacher Education Programme (B.Ed) in Pakistan: Perceptions of Graduates and their Supervisors'. *Bulletin of Education and Research*, 31(1), 83-98.

Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. (Eds.) (2009). *The Strands of Mathematical Proficiency. Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics* (7th ed.), 115-155. Washington, DC: National Academy Press.

Landauer, T. K., Foltz, P. W., & Laham, D. (1998). Introduction to Latent Semantic Analysis. Discourse Processes, 25, 259-284.Preiss, D., Larraín, A. y Valenzuela, S. (2011). Discurso y Pensamiento en el Aula Matemática Chilena. *PSYKHE*, 20(2), pp. 131-146.

Mineduc (2009). *Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios de la Educación Básica y Media. Actualización 2009.* Santiago: Ministerio de Educación, República de Chile.

Mineduc (2012). *Bases Curriculares 2012. Educación Básica. Matemática*. Santiago: Ministerio de Educación, República de Chile.

Mineduc (2013). *Bases Curriculares 2013. Educación Media. Matemática*. Santiago: Ministerio de Educación, República de Chile.

National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principios y Estándares para la Educación Matemática*. (T. Fernández-Reyes, M.). Sociedad Andaluza de Educación Matemática THALES, Sevilla, España.

Niss, M. (2002). Mathematical competencies and the learning of mathematics: the Danish KOM project. [Descargado de http://w3.msi.vxu.se/users/hso/aaa_niss.pdf el 26 de agosto de 2012].

Polya, G. (1945). *How to Solvelit.*Princeton University Press.

Preiss, D., Larraín, A. y Valenzuela, S. (2011). Discurso y Pensamiento en el Aula Matemática Chilena. *PSYKHE*, 20(2), pp. 131-146.

Sandín, M.P. (2003). *Investigación cualitativa en educación: fundamentos y tradiciones*. Madrid: McGraw-Hill Interamericana de España.

Santos-Trigo, M. (2007). Mathematical problem solving: an evolving research and practice domain. *ZDM Mathematics Education*, 39, pp. 523-536.

Schoenfeld, A. (1985). Mathematical Problem Solving. Orlando: Academic Press.

Stake, R. (1998). *Investigación con estudio de casos*. Madrid: Ediciones Morata.

Varas, L., Felmer, P., Gálvez, G., Lewin, R., Martínez, C., Navarro, S., Ortiz, A., y Schwarze, G. (2008). Oportunidades de preparación para enseñar matemática de futuros profesores de educación general básica en Chile. *Calidad en la Educación*, 29, pp. 64-88.