

Diseño de estrategias de enseñanza basadas en Analogías

Resumen

Para crear experiencias de aprendizaje efectivas y atractivas se necesitan herramientas prácticas que integren el diseño de materiales educativos con las teorías del aprendizaje. Este estudio propone diseñar materiales educativos basados en el “aprendizaje por analogías” utilizando un Modelo Matemático de Analogías (MMA) recientemente desarrollado. Aquí se describe como se puede utilizar el MMA para analizar un juego de tablero que es efectivo en promover el conocimiento numérico de los niños (Siegler & Ramani, 2009) y para identificar cuáles de sus características promueven el aprendizaje. Estos análisis cognitivos se utilizaron luego en la construcción de nuevos materiales educativos para la enseñanza de los números. Para testear este diseño de instrucción se realizó una intervención escolar cuyos resultados indican que su efecto en el aprendizaje es positivo y que el método delineado aquí para el diseño de la instrucción podría ser utilizado para desarrollar estrategias de enseñanza novedosas y efectivas.

Introducción

Diversas investigaciones acerca de las oportunidades de aprendizaje que los recursos educativos nacionales ofrecen a los estudiantes y profesores (Mineduc, 2013, 2010) señalan un desafío importante para Chile: el desarrollo de recursos y métodos de enseñanza más efectivos. Por ejemplo, en 1997 el programa MECE-Básica permitió repartir libros de texto a la mayoría de estudiantes para mejorar la calidad educativa. Aunque este tipo de políticas han elevado los aprendizajes y brindado acceso a varios tipos de materiales como software, CRA's e hipertextos multimediales (MINEDUC, 2010), su impacto es incierto por el hecho de que no cuentan con una base epistemológica que—a nivel teórico—permita sustentar los beneficios de su uso en la calidad de los aprendizajes. Países con un nivel de desarrollo superior, están ejecutando acciones concretas para abordarlo, por ejemplo, en Estados Unidos, el National Mathematics Advisory Panel Report recomienda que “debe existir financiamiento para realizar proyectos de investigación que aborden desde las ciencias básicas del aprendizaje hasta el desarrollo riguroso de materiales e intervenciones escolares que ayuden a mejorar el

aprendizaje” (2008, p. 65). En otras palabras, el panel de expertos recomienda políticas que fomenten la investigación conducente a comprender mejor los procesos cognitivos humanos, para luego poder explotarlos en la creación de materiales y metodologías de enseñanza más eficaces que las actuales.

Para el desarrollo de recursos de aprendizaje se pueden considerar una variedad de enfoques, modelos y teorías del aprendizaje. Entre los enfoques más destacados podemos mencionar el constructivista, el enactivista, el social-constructivista y el de sistemas dinámicos (ver un resumen en Ernest, 2010; Siegler, DeLoache, & Eisenberg, 2003). Existen grupos de las ciencias de la educación que han argumentado la necesidad de crear métodos y modelos específicos para sistematizar la práctica del diseño de instrucción (R Lesh, 2008; R. A. Lesh, Hamilton, & Kaput, 2007; Richard Lesh & Sriraman, 2010). También se ha sugerido la aplicación directa de los resultados de la psicología cognitiva para guiar el diseño de la instrucción (Cobb, 2007; Newcombe et al., 2009). Aunque otros modelos y teorías cognitivas podrían aplicarse para conseguir este fin, como por ejemplo el desarrollo conceptual (Piaget, 2013; Robert S Siegler et al., 2003), el cambio conceptual (Vosniadou & Verschaffel, 2004) o el desarrollo socio-cultural (Vygotsky, 1980), este proyecto busca aplicar investigación en el área de razonamiento analógico para el análisis y diseño de recursos educativos

La hipótesis fundamental de este proyecto es que un formalismo matemático para modelar analogías (MMA; Autores sometido 2016) puede describir adecuadamente los elementos del aprendizaje por analogías. Una implicancia es que el uso adecuado del MMA en el diseño instruccional permitiría predecir efectos positivos en los resultados de aprendizaje asociados. Este estudio utiliza el MMA para identificar ciertas características clave para el aprendizaje numérico en un juego de tablero que se ha demostrado efectivo en promover el conocimiento numérico de párvulos (R. S. Siegler & Ramani, 2008). Utilizando las características identificadas, hemos construido una actividad de aprendizaje en un formato distinto—para grupos grandes de párvulos—y hemos testeado sus efectos en el aprendizaje a través de una intervención escolar. En lo que sigue se esbozan los elementos básicos del MMA y la forma de

utilizar el MMA para analizar el mencionado juego de tablero para identificar algunas de sus características que facilitan la adquisición de conocimiento numérico.

Análisis de los juegos de tablero diseñados por Siegler y Ramani

En este documento se delinea un método para el análisis y desarrollo de estrategias de enseñanza con base en analogías educativas utilizando un modelo formal desarrollado por (Autores, 2017, bajo revisión) como herramienta básica del análisis. Para ilustrar la manera en que este método puede ser aplicado al diseño de recursos educativos aquí elaboramos un análisis de ciertos juegos de tablero que promueven el aprendizaje de los números en párvulos. Los psicólogos R. Siegler y G. Ramani (2008) realizaron un análisis teórico del desarrollo de las representaciones numéricas en los niños para explicar diferencias en conocimiento matemático entre preescolares provenientes de entornos socio-económicos diferentes. Ellos predijeron que ciertos juegos de mesa deben promover el entendimiento numérico de los niños y comprobaron esto al comparar las ganancias en conocimiento de niños que jugaron con un tablero numérico (Figura 1b) y niños que jugaron el mismo juego en un tablero no-numérico (Figura 1a).

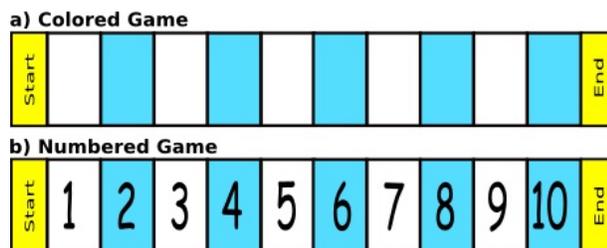


Figure 1: Los tableros asociados a las condiciones en los experimentos de Siegler y Ramani. Los niños deben competir en contra de un investigador para ser el primero en finalizar una caminata desde el "Start" hasta el "End".

Con respecto a los niños de este último grupo (control), los niños que jugaron con el tablero numérico obtuvieron mejores desempeños en tareas que miden el conocimiento numérico. Esta predicción fue elaborada en base a suponer que algunos mecanismos de aprendizaje por analogía estaban directamente involucrados en la ganancia de conocimientos (2009, p. 547). Sin embargo, estos estudios no especifican con precisión las características del diseño del juego numérico lineal que facilitan el aprendizaje en los niños, ni tampoco

especifican el accionar de ese “mapeo directo” entre el juego de tablero y la representación mental deseada. En lo que sigue, nosotros ilustramos como el MMA puede ser utilizado para elaborar una interpretación clara del fenómeno mental que subyace a los resultados obtenidos por Siegler y Ramani.

Brevemente, el MMA es una teoría formal de procesamiento de información que describe una analogía asumiendo que las representaciones mentales se codifican utilizando conocimiento relacional que integra representaciones sintácticas y semánticas: ciertos símbolos son ligados a t-uplas de objetos como una forma de describir relaciones entre estos objetos. Por ejemplo, en un dominio numérico, la relación “menor que” es representada como el símbolo “<” que es asociado al conjunto de pares ordenados de números (x, y) tales que x es menor que y, por ejemplo, (2, 3) y (5, 8). Note que esto permite que una representación simbólica como “X < Y” sea evaluada utilizando *mapeos interpretacionales*. Por ejemplo, si $\beta(X) = 3$ y $\beta(Y) = 5$, entonces $\beta(X < Y) = \text{verdadero}$, $\beta(\text{successor}(X))=4$, $\beta(|X-Y|)=2$, etc. Así, el lado derecho de la Figura 2 describe la representación numérica que se desea que los párvulos adquieran. Investigaciones en el campo de las analogías indican que este dominio numérico se puede inducir utilizando un dominio cuya estructura sea similar pero bien conocida por el aprendiz. En este caso, Siegler y Ramani proponen un dominio espacial (el tablero del juego) conformado por 10 cajas y cierta estructura espacial (ver lado izquierdo de la Figura 2). Los mapeos de interpretación α y β representan las interacciones entre los símbolos y la semántica en cada dominio.

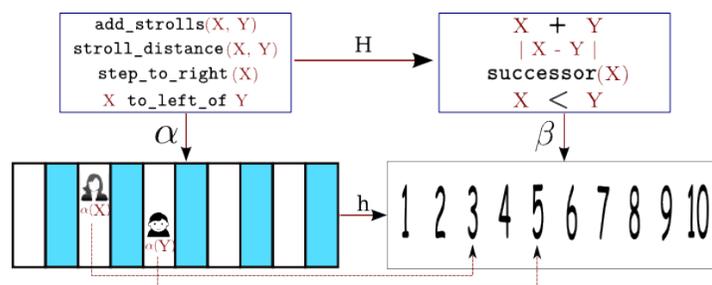


Figure 2: MMA-modelo del juego de tablero numérico lineal. Un dominio espacial (izq.) es la fuente de una analogía cuyo objetivo es un dominio numérico (derecha). El par de mapeos (H, h) es una analogía debido a que para cualquier mapeo α y cualquier símbolo s en el dominio espacial, se cumple la igualdad $h(\alpha(s)) = \beta(H(s))$.

El MMA modela una analogía como un par de mapeos (H, h) definidos de un dominio fuente a un dominio objetivo. La idea central del MMA es que este par de mapeos son capaces de preservar la estructura del dominio fuente en el dominio objetivo. Por falta de espacio, solamente ilustraremos las ideas claves del MMA modelando el juego numérico lineal presentado en la Figura 1b. Un modelo de la analogía que subyace al juego del tablero lineal numerado se esquematiza en la Figura 2. En la parte derecha de la figura se ilustra el dominio objetivo de la analogía: un dominio numérico abstracto conformado por diez números (abajo) junto con su estructura aritmética usual (arriba). Por otro lado, la mitad izquierda representa la fuente de la analogía: un dominio espacial formado por diez casilleros junto a cierta estructura espacial que los niños pueden manejar fácilmente. Allí, conceptos espaciales como la distancia entre dos casilleros y la adición de dos caminatas aparecen naturalmente.

En la Figura 2, los mapeos de interpretación α y β asignan objetos semánticos a símbolos sintácticos. Son enlaces dinámicos que dependen de los valores que toman las variables X e Y . Por ejemplo, las dos figuras dibujadas en la Figura 2 indican que $\alpha(X)$ es el tercer casillero, $\alpha(Y)$ es el quinto casillero, $\beta(X)$ es el número tres y que $\beta(Y)$ es el número cinco. Estos valores determinan el resto de valores de los mapeos α y β (ver Tabla 2). Note que los símbolos en

	símbolo	α	$\alpha(s)$	h	$h(\alpha(s)) = \beta(H(s))$	β	H(s)
el dominio espacial (izq.) son asociados a los símbolos en el dominio numérico (der.) a través del	X	=>	3er. casillero	=>	3	<=	X
	Y	=>	5to casillero	=>	5	<=	Y
	step_to_right(X)	=>	4to. casillero	=>	4	<=	sucesor(X)
	stroll_distance(X,Y)	=>	2vo. casillero	=>	2	<=	$ X - Y $
	X to_left_of Y	=>	verdadero	=>	verdadero	<=	$X < Y$

Tabla 1: La configuración de las fichas en la Figura 2 determina α y β : el mapeo α es descrito por las tres primeras columnas y el mapeo β es descrito por las últimas tres columnas de esta tabla. Cada fila describe la preservación de estructura desde el dominio fuente al dominio objetivo mediante la igualdad $h(\alpha(s)) = \beta(H(s))$.

mapeo H . Este mapeo asigna, por ejemplo, la suma de dos números a la adición de dos caminatas, y las distancias numéricas a las distancias de caminado. Similarmente, los casilleros en el dominio espacial son asociadas a los números en el dominio numérico a través del mapeo h que asigna el número 1 al primer casillero, el 2 al segundo casillero, y así sucesivamente. Vale la pena observar que este mapeo h es implementado—por Siegler & Ramani—en el juego numérico al imprimir los números en los casilleros. En este contexto, el par de mapeos (H, h) es una analogía debido a que se pueden acomodar a cualquier mapeo α

y el mapeo asociado β_α . Una interpretación gráfica de esta condición es la siguiente: En la Figura 2, existen dos formas en que un símbolo espacial s pueda ser asociado con un número (i) siguiendo la flecha horizontal H y luego la flecha vertical β , o (ii) siguiendo la flecha vertical α y luego la flecha horizontal h . Para que el par de mapeos (H, h) sea una analogía, el MMA requiere que las rutas (i) y (ii) sean equivalentes para cualquier mapeo α que se haya escogido. En otras palabras, la igualdad $h(\alpha(s)) = \beta(H(s))$ debe cumplirse para cualquier símbolo s y para cualquier mapeo α (ver un ejemplo en la Tabla 2).

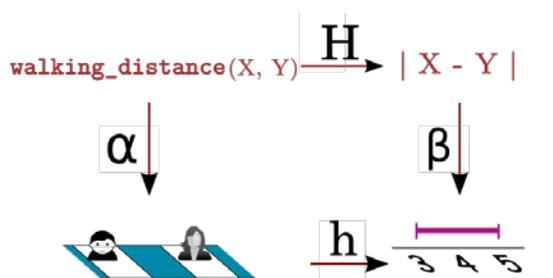


Figura 3: La analogía educacional indica que la comparación espacial de dos figuras permite estructurar el concepto de distancias numéricas. Los mapeos α , β , H and h fueron implementados en los materiales educativos.

Debido a restricciones de espacio, no se puede delinear aquí una interpretación teórica del fenómeno de aprendizaje por analogías que explica los resultados obtenidos por Siegler y Ramani. Para esbozar al menos la manera en que estos análisis pueden contribuir al diseño de instrucción, la Figura 3 muestra como la comparación de dos figuras en un dominio espacial permite estructurar el concepto de distancias numéricas al utilizar la analogía educacional presentada anteriormente. Análisis de este tipo nos permitieron diseñar los materiales que se ilustran en la Figura 3 y las dinámicas educativas que se deben ejecutar con ellos. Brevemente, el diseño de estos materiales se enfoca en dar oportunidades al profesor para utilizar la estructura espacial (incrustada en los materiales de enseñanza) y ejemplificar conceptos numéricos utilizando una narrativa atractiva, en la cual las dos figuras (el conejo y la tortuga) se encuentran compitiendo en una carrera.



Figura 4: Diseño de los materiales para desarrollar actividades de instrucción con un grupo grande de párvulos. El coordinador de las actividades realiza varias dinámicas en las cuales el conejo y la tortuga compiten. El coordinador aprovecha esta instancia para ejemplificar nociones numéricas como el sucesor, las comparaciones y distancias numéricas.

Método

Para investigar el efecto en el aprendizaje del uso de los materiales educativos desarrollados, se utilizó un diseño experimental (pre-pos) aplicado en una muestra de 77 párvulos reclutados de un colegio de clase media de la VIII Región cuyas edades variaron entre 3 años, 10 meses a 5 años, 1 mes ($M = 4$ años, 4 meses; $SD = 4$ meses). Cada párvulo fue asignado aleatoriamente a una condición de control (Control) o a una condición experimental (Número) y fue comprometido a asistir a seis sesiones de “actividades grupales educativas” o “actividades grupales de control”, respectivamente. Cada una de las sesiones educativas fue realizada con los materiales mostrados en la Figura 4. Las sesiones de control se realizaron utilizando materiales similares, pero donde los símbolos numéricos fueron reemplazados por ilustraciones (auto, aeroplano, bote, árbol, tortuga, flor, rana, conejo, bicicleta y perro, en lugar de los números del 1 al 10). Las dinámicas utilizadas en ambas condiciones fueron altamente similares y los tiempos de duración de las sesiones fueron controlados. El aprendizaje numérico se evaluó utilizando cuatro tareas: contar los números del 1 al 10, identificación de los numerales del 1 al 10, comparación de dos numerales (e.g. ¿cuál número es más grande entre el 8 y el 5?) y estimar la posición de un número en la recta numérica del 1 al 10. Como variable de control se midió el desarrollo cognitivo de los niños utilizando el TADI (Test de Aprendizaje y Desarrollo Infantil; Edwards & Pardo, 2013).

Resultados y Discusión

Examinamos los efectos multivariados de sesión (pretest vs. posttest) y condición (Control vs. Número) transversalmente a las cuatro medidas de conocimiento numérico. Se observaron efectos para sesión,

$F(4, 74) = 6.76$, $p = .011$, $\eta^2_p = .084$, y para la interacción Condición x Sesión, $F(8, 148) = 6.38$, $p < .01$, $\eta^2_p = .15$, reflejando ganancias de conocimiento distintas para el grupo de control y el grupo numéricos. La Figura 5 muestra las ganancias de conocimiento porcentuales para cada una de las medidas de conocimiento numérico.

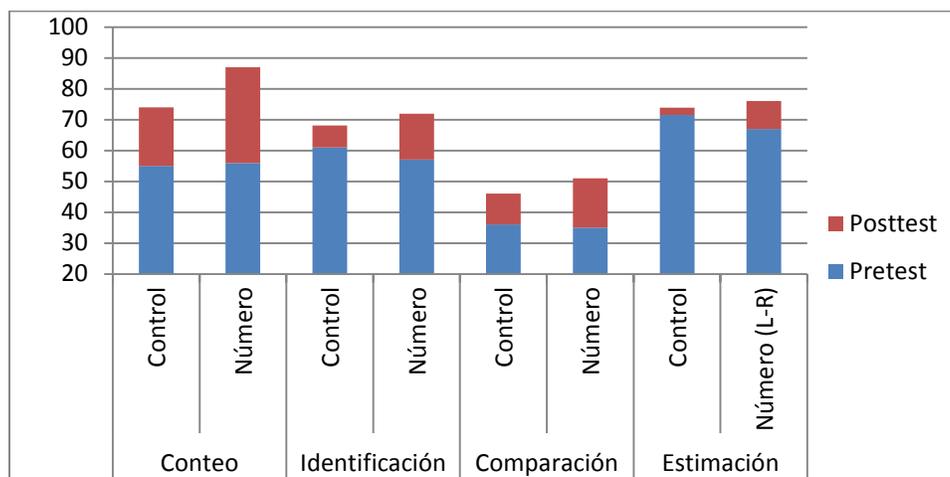


Figure 5: Ganancias de conocimiento porcentuales del pretest al posttest en cada una de las cuatro medidas de conocimiento. Análisis adicionales muestran que las diferencias en las medidas de Conteo, Identificación y Estimación son estadísticamente significativas.

Los resultados muestran que la estrategia de instrucción diseñada en base al análisis MMA delineada anteriormente fue efectiva ya que promovió los aprendizajes de los niños en el grupo experimental en las medidas de Conteo, Identificación, Comparación y Estimación, al compararlas con aquellos obtenidos por los niños en un grupo de control. La adopción de esta metodología de enseñanza podría ser positiva puesto que además de promover los aprendizajes efectivamente, los párvulos adquirieron conocimiento numérico mediante estrategias lúdicas. Sin embargo, más investigación en esta área es necesaria para dilucidar si es posible generalizar el método delineado en este reporte de manera de aplicar el análisis MMA para modelar distintas analogías educativas que puedan ser aplicables para el diseño de la enseñanza de otros contenidos curriculares, posiblemente más complejos.

Referencias

- Cobb, P. (2007). Putting philosophy to work: Coping with multiple theoretical perspectives. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 3–38). Charlotte, NC: Information Age.
- Edwards, M., & Pardo, M. (2013). *TADI: test de aprendizaje y desarrollo infantil*. Universidad de Chile. Retrieved from <http://books.google.cl/books?id=fUxQnwEACAAJ>
- Ernest, P. (2010). Reflections on theories of learning. In *Theories of mathematics education* (pp. 39–47). Springer.
- Lesh, R. (2008). Directions for future research and development in engineering education. *Models and Modeling in Engineering Education: Designing Experiences for All Students*, 271–291.
- Lesh, R. A., Hamilton, E., & Kaput, J. J. (2007). *Foundations for the future in mathematics education*. Lawrence Erlbaum Associates Mahwah, NJ.
- Lesh, Richard, & Sriraman, B. (2010). Re-conceptualizing mathematics education as a design science. In *Theories of mathematics education* (pp. 123–146). Springer.
- Mineduc. (2013). El rol de la evaluación de programas en las políticas públicas: el caso del proyecto piloto “Textos de Singapur.”
- Mineduc, U. D. P. (2010). Pilotaje de Nuevos Recursos Educativos.
- Newcombe, N. S., Ambady, N., Eccles, J., Gomez, L., Klahr, D., Linn, M., ... Mix, K. (2009). Psychology’s role in mathematics and science education. *American Psychologist*, 64(6), 538–550. <https://doi.org/10.1037/a0014813>

- Panel, N. M. A. (2008). *Foundations for success: The final report of the National Mathematics Advisory Panel*. US Department of Education.
- Piaget, J. (2013). *The construction of reality in the child* (Vol. 82). Routledge.
- Siegler, R. S., & Ramani, G. B. (2008). Playing linear numerical board games promotes low-income children's numerical development. *Developmental Science*, *11*(5), 655–661.
- Siegler, R. S., & Ramani, G. B. (2009). Playing linear number board games—but not circular ones—improves low-income preschoolers' numerical understanding. *Journal of Educational Psychology; Journal of Educational Psychology*, *101*(3), 545.
- Siegler, Robert S, DeLoache, J. S., & Eisenberg, N. (2003). *How children develop*. Macmillan.
- Vosniadou, S., & Verschaffel, L. (2004). Extending the conceptual change approach to mathematics learning and teaching. *Learning and Instruction*, *14*(5), 445–451.
<https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2004.06.014>
- Vygotsky, L. S. (1980). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Harvard university press.